Analyse dimensionnelle

Exercice 01 :

Déterminer la dimension et l'unité des constantes suivantes :

1- Constante de la gravitation **G** donnée par la loi de Newton $F = \frac{G m m'}{r^2}$

2- La permittivité du vide ε_0 donnée par la loi de Coulomb $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q q'}{r^2}$

3- La perméabilité du vide μ_0 donnée par la loi de Laplace $F = \frac{\mu I I' L}{2\pi r}$

Exercice 02 :

L'équation de Van der Walls caractérise l'état d'une mole de gaz réel occupant un volume **V** sous la pression **P** et à la température **T** :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Où **R** est la résistance des gaz et **a** et **b** des constantes positives.
Déterminer les dimensions et les unités de **a**, **b** et **R** ?

Exercice 03 :

La période T d'un pendule simple de longueur **L** s'écrit en fonction de **L** , de l'accélération de la pesanteur **g** et de sa masse **M** comme suit :

$$T = k M^{\alpha} L^{\beta} g^{\lambda}$$

Où k est une constante
Ecrire la relation de **T** ?

Erreurs & Incertitudes

Exercice 01 :

L'accélération **g** de la pesanteur mesurée avec un pendule réversible est donnée par la relation suivante :

$$g = \frac{4\,\pi^2\,L}{T^2}$$

Avec L=104,23 cm : la longueur du pendule et ΔL=0,1 mm ; T : la période des oscillations.
Exprimer l'incertitude absolue sur **g** en fonction de **L**, **ΔL**, **T** et **ΔT** ?

Exercice 02 :

La période d'un pendule simple pour des oscillations de faible amplitude est donnée comme suit :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Calculer **T** et son incertitude absolue ?
L=$1{,}000\ m \pm 0{,}001\ m$; g=$9{,}80\ N/kg \pm 0{,}01\ N/kg$

Exercice 03 :

La densité d'un liquide est calculée par la mesure de sa profondeur **c** dans un réservoir calibré de section rectangulaire après en le vidant dans un système de mesure de masse. La longueur et la largeur du réservoir sont respectivement **a** et **b**. Ainsi la densité est donnée par :

$$d = \frac{m}{a\,b\,c}$$

Où m est la masse mesurée du liquide. Si les erreurs possibles des mesures sur **a**, **b**, **c** et m sont respectivement 1%, 1%, 2% et 0.5%.
Déterminer l'erreur possible sur la valeur calculée de la densité **d** ?

Calculs vectoriels

Exercice 01 :
Montrer que la surface d'un parallélogramme est égale au module du produit vectoriel des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ formants ses côtés.

Exercice 02 :
Montrer que si un vecteur $\overrightarrow{A}$ est perpendiculaire à un vecteur **B**, la relation $|\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}| = |\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}|$?

Exercice 03 :
On considère dans un repère orthonormé (***Oxyz***), les points suivants :
A(1,0,1) ; B(2,0,0) ; C(0,1,1)

1- Déterminer les vecteurs positions $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$?
2-
3- Déterminer les composantes et le module du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ainsi que son vecteur unitaire porté par le vecteur $\overrightarrow{AB}$

4- Déterminer les composantes et les cosinus directeurs du vecteur $\overrightarrow{BC}$?

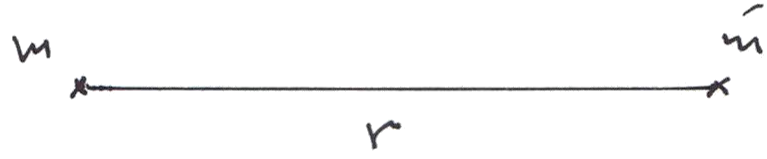
5- Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ et en déduire l'angle ($\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$) ?

6- Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC}$ et en déduire la surface du triangle ***ABC*** ?

Solutions TD N°01
Analyse dimensionnelle

Exo 1

1 - $F = G\frac{m\,m'}{r^2}$: la loi de Newton



m, m' : masses

r : distance entre m et m'

G : Cte de Gravitation

donc :

$F = G\frac{m\,m'}{r^2} \Rightarrow G = \frac{F\,r^2}{m\,m'}$

dimension :

$[G] = \frac{[F]\,[r^2]}{[m]\,[m']}$

En p.ex :

- $F = m \cdot a$, $a = \frac{v}{t}$, $v = \frac{x}{t}$ (par définition)

$\Rightarrow F = m\,\frac{x}{t^2} \Rightarrow [F] = [m]\,\frac{[x]}{[t^2]}$

$\Rightarrow [F] = M\,\frac{L}{T^2} = \underline{MLT^{-2}}$

- $[r] = L$
- $[m] = [m'] = \Pi$: m, m' de même nature (masses)

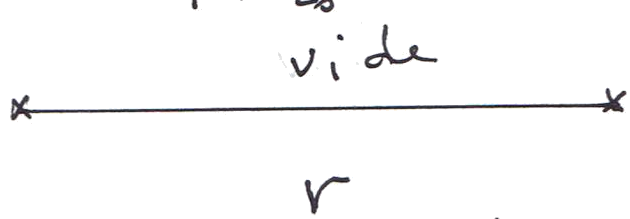
$$\Rightarrow [G] = \frac{[F][r^2]}{[m][m']} = \frac{M L T^{-2} L^2}{M M}$$

$$= \frac{L^3 T^{-2}}{M}$$

$$\Rightarrow \boxed{[G] = M^{-1} L^3 T^{-2}} \quad (Kg^{-1} \cdot m^3 \cdot A^{-2})$$

Dimension — unité

2 - $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q'}{r^2}$: la loi de Coulomb.



q / q' : charges électrique

r : distance entre q et q'

ε_0 : permittivité du vide

donc :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q'}{r^2} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{q q'}{4\pi F r^2}$$

dimension :

$$[\varepsilon_0] = \frac{[q][q']}{[4][\pi][F][r^2]}$$

- $[4] = 1$: [un nombre] = 1
- $[\pi] = 1$: [une constante] = 1
- $[F] = M L T^{-2}$
- $[r] = L$
- $[q] = ?$ $\Rightarrow i = \frac{q}{t}$

$\Rightarrow q = i\,t \Rightarrow [q] = [i][t]$

- $[i] = I$ $\Rightarrow [q] = I\,T = T\,I$
- $[t] = T$

$\Rightarrow [q] = [q'] = T\,I$ ~~$T^2 I^2$~~

q , q' : de même nature $\Rightarrow$ même dimension

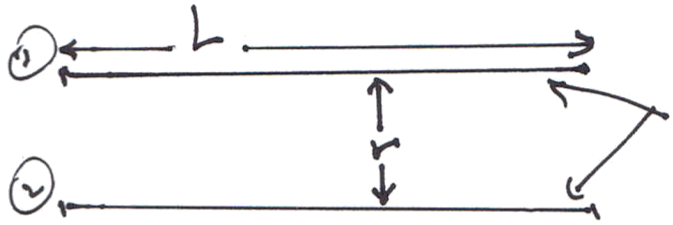
$$\Rightarrow [\varepsilon_0] = \frac{[q][q']}{[4][\pi][F][r^2]}$$

$$= \frac{T\,I\;T\,I}{1 \cdot 1 \cdot M L T^{-2} L^2}$$

$$= \frac{T^2 I^2}{M L^2 T^{-2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{[\varepsilon_0] = M^{-1} L^{-2} T^4 I^2} \quad (kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^4 \cdot A^2$$

3. $F = \mu \frac{I I' L}{2\pi r}$: la loi de Laplace



Fils électriques

L : longueur du fil électrique

r : distance entre les deux fils électriques.

I, I' : courants électriques circulés dans les fils électriques ① et ②

donc :

$$F = \mu \frac{I I' L}{2\pi r} \Rightarrow \mu = \frac{F\, 2\pi r}{I I' L}$$

dimension :

$$[\mu] = \frac{[F][2][\pi][r]}{[I][I'][L]}$$

- $[F] = M L T^{-2}$
- $[2] = 1$
- $[\pi] = 1$
- $[r] = L$
- $[L] = L$
- $[I] = [I'] = I$

I, I' : de même nature $\Rightarrow$ même dimension

$$2) \quad [\mu] = \frac{[P][2][\pi][v]}{[I][I'][L]}$$

$$= \frac{M L T^{-2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot L}{I \cdot I \cdot L}$$

$$= \frac{M L T^{-2}}{I^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{[\mu] = M L T^{-2} I^{-2}} \quad (Kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot A$$

Remarque :

dim nombre = dim constante = 1

$\Rightarrow$ nombre sans dimension

$\Rightarrow$ constante sans dimension.

Ex 2 :

l'équation de Van der Walls d'1 mole de gaz réel ns volume V pour la pression P, Temp^{re} T :

$$\Rightarrow \left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

R : résistance des gaz

a, b : cte positives.

- $[a] = ?$

P : pression

et $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)$ cette somme est vérifiée si $\frac{a}{V^2}$: e une pression c à d :

$$\underbrace{[P]}_{\text{pression}} = \underbrace{\frac{[a]}{[V^2]}}_{\text{pression}} \Rightarrow [a] = [P][V^2]$$

en g !!

$$P = \frac{F}{S} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[S]} \text{ (par défi}$$

- $[F] = M L T^{-2}$
- $[S] = [\ell][L] = L^2$ — ℓ rectangle L
  $= [\pi][r^2] = 1 \cdot L^2 = L^2$ — r cercle
  $= \ell \cdot \ell = L \cdot L = L^2$ — ℓ carré

Donc $[S]$ n'importe quelle géométrie est la même. L^2

$$\Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{M L T^{-2}}{L^2}$$

$$\Rightarrow [P] = M L^{-1} T^{-2}$$

- $[V] = [\ell][L][h] = L L L = L^3$ — L, ℓ, h
  $= \frac{[4]}{[3]}[\pi][r^3] = \frac{1}{1} \cdot 1 \cdot L^3 = L^3$ — r
  $= [\pi][r^2][h] = 1 \cdot L^2 L = L^3$ — r, h

Donc $[V]$ n'importe quelle géométrie est la même. L^3

$$\Rightarrow [a] = [P][V^2]$$

$$= M L^{-1} T^{-2} \cdot (L^3)^2$$

$\Rightarrow [a] = M L^{-1} T^{-2} L^{6}$

$\Rightarrow \boxed{[a] = M L^{5} T^{-2}}$ (Kg. m^5. s^{-2})

- $[b] = ?$

V : volume

et $(V - b)$: elle pourra être (juste) si b est un volume (à dire :

$\underbrace{[V]}_{\text{Volume}} = \underbrace{[b]}_{\text{Volume}}$

$\Rightarrow \boxed{[b] = [V] = L^3}$ (m^3)

- $[R] = ?$

On a :

$\underbrace{\left(P + \frac{a}{V^2}\right)}_{\text{Pression}} \underbrace{(V - b)}_{\text{Volume}} = RT$

$\Rightarrow [P] \cdot [V] = [R][T]$

$$\Rightarrow [R] = \frac{[P]\,[V]}{[T]}$$

- $[P] = M L^{-1} T^{-2}$
- $[V] = L^3$
- $[T] = \theta$: temperatura di Termodynamic

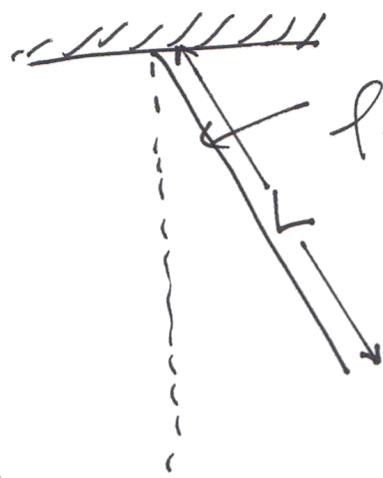
$$\Rightarrow [R] = \frac{[P]\,[V]}{[T]}$$

$$= \frac{M L^{-1} T^{-2} \cdot L^3}{\theta}$$

$$= \frac{M L^2 T^{-2}}{\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{[R] = M L^2 T^{-2} \theta^{-1}} \quad (kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1})$$

Ex 3



Le Pendule (نواس)

L: longueur du fil

m: masse du fil

g: pesanteur

la période T (الدور نواس) s'écrit:

$T = K M^{\alpha} L^{\beta} g^{\gamma}$: produit de paramètres à la puiss

K: Cte (ثابت تجربة)

alors: $T = ?$ ($? = T$ تقاتون)

on applique : la dimension

donc :

$T = K m^{\alpha} L^{\beta} g^{\gamma}$

$\Rightarrow [T] = [K] [m^{\alpha}] [L^{\beta}] [g^{\gamma}]$

- $[T] = T$: (temps)

- $[K] = 1$ (constante)
- $[M] = M$ (masse)
- $[L] = L$ (longueur)
- $[g] = ?$

par définition :

$\underline{P} = m\,g$: (الوزن)

$\Rightarrow g = \dfrac{\underline{P}}{m} \Rightarrow [g] = \dfrac{[\underline{P}]}{[m]}$

$[\underline{P}] = [F]$: ($\underline{P}$ وزن طبيعته قوة)

$\underline{P}$ et F : même nature $\Rightarrow$ des forces.

$[\underline{P}] = [F] = M L T^{-2}$

$[m] = M$

$\Rightarrow [g] = \dfrac{[\underline{P}]}{[m]} = \dfrac{M L T^{-2}}{M}$

$\Rightarrow [g] = L T^{-2}$

donc

$$[T] = [K][m^{\alpha}][L^{\beta}][g^{\gamma}]$$

$$\Rightarrow T = 1 \cdot M^{\alpha} L^{\beta} \left(LT^{-2}\right)^{\gamma}$$

$$\Rightarrow T = M^{\alpha} L^{\beta} L^{\gamma} T^{-2\gamma}$$

$$\Rightarrow \underbrace{T}_{\text{coté (1)}} = \underbrace{M^{\alpha} L^{\beta+\gamma} T^{-2\gamma}}_{\text{coté (2)}}$$

coté (1) = coté (2) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow M^{0} L^{0} T^{1} = M^{\alpha} L^{\beta+\gamma} T^{-2\gamma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \alpha \\ 0 = \beta + \gamma \\ 1 = -2\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \frac{1}{2} \\ \gamma = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = K M^{0} L^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}}$$

$$T = K\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad K = 2\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

TD 01
Généralités

Erreurs & Incertitudes

Exercice 01 :

L'accélération **g** de la pesanteur mesurée avec un pendule réversible est donnée par la relation suivante :

$$g = \frac{4\,\pi^2\,L}{T^2}$$

Avec L=104,23 cm : la longueur du pendule et ΔL=0,1 mm ; T : la période des oscillations.

Exprimer l'incertitude absolue sur **g** en fonction de **L**, **ΔL**, **T** et **ΔT** ?

Exercice 02 :

La période d'un pendule simple pour des oscillations de faible amplitude est donnée comme suit :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Calculer **T** et son incertitude absolue ?

L=1,000 m $\pm$ 0,001 m ; g=9,80 N/kg $\pm$ 0,01 N/kg

Exercice 03 :

La densité d'un liquide est calculée par la mesure de sa profondeur **c** dans un réservoir calibré de section rectangulaire après en le vidant dans un système de mesure de masse. La longueur et la largeur du réservoir sont respectivement **a** et **b**. Ainsi la densité est donnée par :

$$d = \frac{m}{a\,b\,c}$$

Où m est la masse mesurée du liquide. Si les erreurs possibles des mesures sur **a**, **b**, **c** et m sont respectivement 1%, 1%, 2% et 0.5%.

Déterminer l'erreur possible sur la valeur calculée de la densité **d** ?

Erreurs et Incertitudes

Ex1 :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \qquad \begin{matrix} L = 104{,}23\ cm \\ \Delta L = 0{,}1\ mm \end{matrix}$$

$$\Delta g \overset{?}{=} f(g, L, \Delta L, T, \Delta T) ?$$

on a :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

on applique ln dans les (2) côté

$$\Rightarrow \ln g = \ln\left(\frac{4\pi^2 L}{T^2}\right)$$

$$\Rightarrow \ln g = \ln 4 + \ln \pi^2 + \ln L - \ln$$

$$\Rightarrow \ln g = \ln 4 + 2\ln\pi + \ln L - 2\ln T$$

on dérive ln

$$d(\ln(x)) =$$

$$d(\ln g) = d(\ln 4 + 2\ln\pi + \ln L - 2\ln$$

$$\Rightarrow \frac{dg}{g} = \frac{dL}{L} - 2\frac{dT}{T}$$

On généralise (Δ) car Δ (dans

$$\Delta X = \Delta X \quad \text{et} \quad \Delta(-X) = \Delta X$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta(-T)}{T}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T}}$$

EX2

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

1. $T = ?$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{1{,}000}{9{,}80}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 2{,}006 \ \Delta}$$

2- $\Delta T = ?$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Ln ?

$$\ln T = \ln\left(2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\Rightarrow \ln T = \ln 2\pi + \frac{1}{2}\ln \ell - \frac{1}{2}\ln g$$

Dérivation $\boxed{d \ln(x) = \frac{dx}{x}}$

$$d(\ln T) = d\left(\ln 2\pi + \frac{1}{2}\ln \ell - \frac{1}{2}\ln g\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{1}{2}\frac{d\ell}{\ell} - \frac{1}{2}\frac{dg}{g}$$

Généralisation $\boxed{d \rightsquigarrow \Delta}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta T = \frac{T}{2}\left(\frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta g}{g}\right)}$$

A.N

$$\Delta T = \frac{2,006}{2}\left(\frac{0,001}{1,00} + \frac{0,01}{9,80}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta T = 0,002\ s}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = (2,006 \pm 0,002)\ s}$$

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran — Département MI
Module Physique 1 — 2020/2021

TD 01
Généralités

Calculs vectoriels

Exercice 01 :

Montrer que la surface d'un parallélogramme est égale au module du produit vectoriel des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ formants ses côtés.

Exercice 02 :

Montrer que si un vecteur $\overrightarrow{A}$ est perpendiculaire à un vecteur $\overrightarrow{B}$, la relation $|\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}| = |\overrightarrow{A}-\overrightarrow{B}|$?

Exercice 03 :

On considère dans un repère orthonormé (***Oxyz***), les points suivants :

A(1,0,1) ; B(2,0,0) ; C(0,1,1)

1- Déterminer les vecteurs positions $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$?
2-
3- Déterminer les composantes et le module du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ainsi que son vecteur unitaire porté par le vecteur $\overrightarrow{AB}$

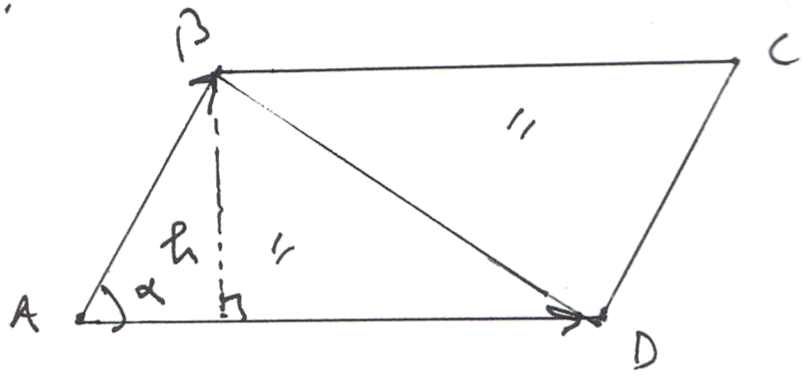
4- Déterminer les composantes et les cosinus directeurs du vecteur $\overrightarrow{BC}$?

5- Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{BC}$ et en déduire l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$?

6- Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC}$ et en déduire la surface du triangle ***ABC*** ?

Calculs Vectoriels

Ex1 :



$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = 2\,S_{ABD}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} h\, AD$$

$$= h \cdot AD$$

$$h = AB \sin(\underbrace{\vec{AB}, \vec{AD}}_{\alpha})$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin(\vec{AB}, \vec{AD})$$

$$= \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AD}\| \cdot \sin(\vec{AB}, \vec{AD})$$

مساحة متوازي الأضلاع = طويلة جداء
شعاعي أضلاعنا متجاورين.

Ex2:

Si $\vec{A} \perp \vec{B}$ alors $|\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$

on commence par calculer $|\vec{A}+\vec{B}|$:

donc:

$$\left(|\vec{A}+\vec{B}|\right)^2 = (\vec{A})^2 + (\vec{B})^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{B}$$

$$= A^2 + B^2 + 2AB \cos 90^\circ$$

$$= A^2 + B^2$$

$$\left(|\vec{A}-\vec{B}|\right)^2 = (\vec{A})^2 + (\vec{B})^2 - 2\vec{A}\cdot\vec{B}$$

$$= A^2 + B^2 - 2A.B \cos 90^\circ$$

$$= A^2 + B^2$$

donc

Si $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$

Ex3 : $A(1,0,1)$, $B(2,0,0)$, $C(0,1,1)$

1 - $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$?

- $\vec{OA} \begin{pmatrix} x_A - x_0 \\ y_A - y_0 \\ z_A - z_0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{OA} = (x_A - x_0)\vec{i} + (y_A - y_0)\vec{j} + (z_A - z_0)\vec{k}$

$= (1-0)\vec{i} + (0-0)\vec{j} + (1-0)\vec{k}$

$= \vec{i} + \vec{k}$

- $\vec{OB} = 2\vec{i}$
- $\vec{OC} = \vec{j} + \vec{k}$

2 - $\vec{AB} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$, $\vec{u}_{\vec{AB}} \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$, $AB = ?$

- $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 2\vec{i} - (\vec{i} + \vec{k})$

$\Rightarrow \boxed{\vec{AB} = \vec{i} - \vec{k}}$ $\quad \vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

- $\vec{u}_{\vec{AB}} = ?$

On a

$$\vec{AB} = AB\ \vec{u}_{\vec{AB}} \quad \text{(Définition d'un vecteur)}$$

$$\boxed{\text{شعاع} = \text{طويلة} \times \text{شعاع الوحدة}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{u}_{\vec{AB}} = \frac{\vec{AB}}{AB}}$$

A.N

$$\Rightarrow \vec{u}_{\vec{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{k}$$

$$\vec{u}_{\widehat{AB}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

4. $\vec{BC}\begin{pmatrix}?\\?\\?\end{pmatrix}$, $\vec{u}_{\vec{BC}}\begin{pmatrix}?\\?\\?\end{pmatrix}$, $BC = ?$

- $\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \vec{j} + \vec{k} - 2\vec{i}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{BC} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}} \quad \vec{BC}\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$$

- $BC = \sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (1)^2} = \underline{\sqrt{6}}$

- $\vec{u}_{\vec{BC}} = ?$

on a $\vec{BC} = BC \cdot \vec{u}_{\vec{BC}} \Rightarrow \boxed{\vec{u}_{\vec{BC}} = \dfrac{\vec{BC}}{BC}}$

A.N

$$\vec{u}_{\vec{BC}} = \frac{-2}{\sqrt{6}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{k}$$

$$\vec{u}_{BC}\begin{pmatrix}\frac{-2}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{6}}\end{pmatrix}$$

1) - $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = ?$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = AB \cdot BC \cos(\vec{AB}, \vec{BC})$$

par définition

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (\vec{i} - \vec{k})(-2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

$$= \vec{i}(-2\vec{i}) + \vec{i}\cdot\vec{j} + \vec{i}\cdot\vec{k} - \vec{k}\cdot(-2\vec{i}) - \vec{k}\cdot\vec{j} - \vec{k}\cdot\vec{k}$$

d'une manière plus rapide en appliquant ou

$$\begin{cases} \vec{i}\cdot\vec{i} = i \cdot i = i^2 = 1 \quad (\theta = 0^\circ) \Rightarrow \cos 0^\circ = \\ \vec{j}\cdot\vec{j} = j \cdot j = j^2 = 1 \quad (\theta = 0^\circ) \\ \vec{k}\cdot\vec{k} = k \cdot k = k^2 = 1 \quad (\theta = 0^\circ) \\ \vec{i}\cdot\vec{j} = i \cdot k = j \cdot k = 0 \quad (\theta = 90^\circ) \Rightarrow \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

2) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \vec{i}\cdot(-2\vec{i}) - \vec{k}\cdot\vec{k}$

$= -2 - 1$

$= \underline{-3}$

$\theta(\vec{AB}, \vec{BC}) = ?$

$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = AB \cdot BC \cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{AB \cdot BC}$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{AB \cdot BC}\right)}$$

A.N

$\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{-3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = 150^\circ}$$

6- $\vec{AB} \wedge \vec{BC} = ?$

$$\left|\vec{AB} \wedge \vec{BC}\right| = AB \cdot BC \cdot \sin\left(\widehat{\vec{AB}, \vec{BC}}\right)$$

par définition.

$$\vec{AB} \wedge \vec{BC} = (\vec{i} - \vec{k}) \wedge (-2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

$$= \vec{i} \wedge (-2\vec{i}) + \vec{i} \wedge \vec{j} + \vec{i} \wedge \vec{k}$$
$$- \vec{k} \wedge (-2\vec{i}) - \vec{k} \wedge \vec{j} - \vec{k} \wedge \vec{k}$$

d'une manière plus simple en appliquant la

$\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{k} = 0$ ($\theta = 0° \Rightarrow \sin 0° = 0$)

$\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$

$\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$

$\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

$\vec{j} \wedge \vec{i} = -\vec{k}$

$\vec{k} \wedge \vec{j} = -\vec{i}$

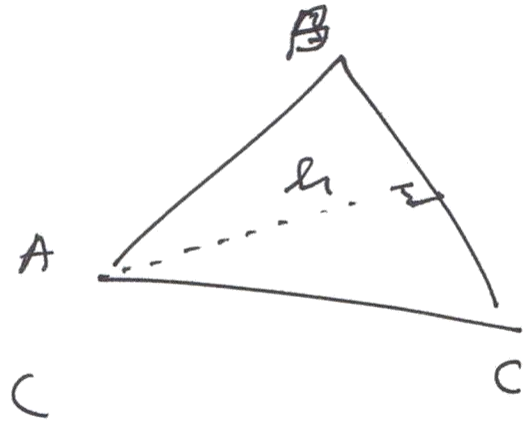
$\vec{i} \wedge \vec{k} = -\vec{j}$



$$\Rightarrow \vec{AB} \wedge \vec{BC} = -2(\vec{i} \wedge \vec{i}) + \vec{i} \wedge \vec{j} + \vec{i} \wedge \vec{k}$$
$$+ 2(\vec{k} \wedge \vec{i}) - (\vec{k} \wedge \vec{j}) - (\vec{k} \wedge \vec{k})$$
$$= \vec{i} \wedge \vec{j} + \vec{j} \wedge \vec{k}$$
$$+ 2(\vec{k} \wedge \vec{i}) - (\vec{k} \wedge \vec{j})$$
$$= \vec{k} + \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{i}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}}$$

$S_{ABC} = ?$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} h \, BC$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \, BC \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \sin 150^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{ABC} = 1{,}5\sqrt{6} \text{ SI}}$$