LMD – Maths & Informatique

1 ère Année

Semestre 1

Unité Découverte

Module: Physique 1

Mécanique du Point

A.KIES

Table de la matière

I. Notions de Base

II. Rappels Mathématiques

III. Cinématique du Point

IV. Dynamique du Point

V. Travail et Énergie

I. Notions de base

1. La grandeur, la dimension et l'unité
2. Calculs d'erreurs et incertitudes
3. Notation scientifique
4. Chiffres significatifs
5. Graphes
6. Trigonométrie

1. La grandeur physique

On appelle **grandeur physique**, ou simplement **grandeur**, toute propriété de la science de la nature qui peut être

ou

On peut classer les grandeurs en deux catégories:

- ✓ **Grandeur mesurable** : Une grandeur est dite mesurable si on peut lui affecter une valeur numérique à partir d'observations. On peut citer la longueur, la température absolue, la résistance,...

- ✓ **Grandeur repérable** : Une grandeur est dite repérable si la somme et le produit de cette grandeur n'ont pas de sens. On peut citer la température centésimale (°C), la

1.1.La grandeur physique

On peut ramener la dimension de grandeurs physiques, chimiques ou biologiques à une combinaison de

ou :

- Masse (m)
- Longueur (l)
- Temps (t)
- Température thermodynamique (T)
- Intensité de courant (i)
- Quantité de matière (n)
- Intensité lumineuse (j)

A partir de ces sept dimensions de base ou fondamentales, on peut en créer de nouvelles par produit et quotients afin de décrit les autres grandeurs physiques qu'on appelle « **grandeurs dérivées** »

- Vitesse (v) = Longueur (l) / Temps (t)
- Accélération (a) = Longueur (l) / Temps $(t)^2$
- Force (F) = Masse (m) * Longueur (l) / Temps $(t)^2$
- Travail (w) = Masse (m) * Longueur $(l)^2$ / Temps $(t)^2$
- Fréquence (f) = 1 / Temps (t)

1.2. Les unités

Le système métrique de mesure est le Standard International SI, Les Unités Fondamentales de mesure sont:

- ✓**Le kilogramme (kg)** pour la mesure des
- ✓**Le mètre (m)** pour la mesure des
- ✓**La seconde (s**) pour la mesure du
- ✓**Le Kelvin (k)** pour la mesure de la

- ✓ **L'ampère (A)** pour la mesure de
- ✓**Le mole (mol)** pour la mesure de
- ✓**Le Candela (Cd)** pour la mesure de

1.3. Dimension

La dimension caractérise la nature de la grandeur et sert à corriger leurs formules , cette propriété est associée à un symbole [G] ou dim G.

Les dimensions des grandeurs de base sont:

- Masse (m) :
- Longueur (L) :
- Temps (T) :
- Température thermodynamique (θ):
- Intensité de courant (I) :
- Quantité de matière (N) :
- Intensité lumineuse (J) :

1.3. Dimension

La dimension de toute grandeur physique peut s'exprimer uniquement à l'aide des 7 dimensions de base. La syntaxe de la dimension des grandeurs s'ecrit : MLTθINJ

- Vitesse (v) = Longueur (l) / Temps (t)

  (ms^{-1})
- Accélération (A) = Longueur (l) / Temps $(t)^2$

  (ms^{-2})
- Force (F) = Masse (m) * Longueur (l) / Temps $(t)^2$

  $(kgms^{-2})$
- Travail (W) = Masse (m) * Longueur $(l)^2$ / Temps $(T)^2$

  (kgm^2s^{-2})

Il faut savoir convertir d’une unité à l’autre !

Exemples:

- 1 heure (h) = 60 minutes (mn) = 3600 secondes (s)
- 100 centimètres (cm) = 1 mètre (m)
- 1000 grammes (g) = 1 kilogramme (kg)

Autres exemples:

- 1 jour = 24 h = 86400 s
- 1 km = 1000 m = 100000 cm = 1000000 mm
- 1 tonne = 1000 kg = 1000000 g

2. Calculs d'erreurs et incertitudes

Toute mesure expérimentale est entachée d'une erreur qui résulte d'un manque de justesse ou de fidélité de la mesure. Et ne conduit qu'a une valeur plus ou moins proche de la valeur « vraie » de la grandeur mesurée.

On peut distinguer deux types d'erreurs :

- ✓ **Erreurs aléatoires :** sont dues à des fluctuations de la grandeur mesurée ou de la méthode de mesure et peuvent aussi dépendre de l'habileté de l'expérimentateur.

- ✓ **Erreurs systématiques :** elles sont liées à un mauvais réglage de l'instrument de mesure ou à une mauvaise

2. Calculs d'erreurs et incertitudes

Expression d'erreurs

✓ **Erreur absolue** : c'est la valeur absolue de l'écart entre la valeur vraie et la valeur mesurée . La valeur vraie étant inconnue, l'erreur absolue l'est également.

$$Xv - Xm$$

➢ **L'incertitude absolue** est la limite supérieure de l'erreur absolue :

2. Calculs d'erreurs et incertitudes

Erreur relative : c'est le rapport de l'erreur absolue à la valeur mesurée. Elle n'est pas connue.

L'incertitude relative est le quotient de l'incertitude absolue par la valeur mesurée .

%)

2. Notation scientifique

- En essayant d'exprimer des nombres très grand comme celui de la masse de la terre, ou un nombre très petit comme la masse d'un électron, les scientifiques utilisent ce qu'on appelle la notation scientifique.
- La forme de base de la notation scientifique est

$$\mathbf{M \times 10^{n}}$$

où :

- M est un nombre réel entre 1 et 10
- n un entier

$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$
$$10^{-1} = 1 / 10 = 0.1$$
$$10^{-2} = 1 / 10 / 10 = 0.01$$
$$10^{-3} = 1 / 10 / 10 / 10 = 0.001$$

10^{-12} : pico
10^{-9} : nano
10^{-6} : micro
10^{-3} : milli

10^{3} : Kilo
10^{6} : Méga
10^{9} : Giga
10^{12} : Téra

Par exemple, la masse de la Terre est d'environ

6 000 000 000 000 000 000 000 000 kg

Exprimée en notation scientifique:

$6.0 \ 10^{24}$ kg

Aussi, la masse d'un électron est de:

0.00000000000000000000000000000911 kg

et exprimée en notation scientifique:

$9.11 \ 10^{-31}$ kg

3. Chiffres significatifs

Les chiffres **significatifs** d'un nombre représentent les chiffres valides d'un nombre.

Règles:

1. Les chiffres non nuls sont toujours significatifs.
2. Tous les zéros finaux après la virgule sont significatifs.
3. Les zéros entre deux chiffres significatifs sont significatifs.
4. Les zéros utilisés seulement pour déplacer la virgule ne sont pas significatifs.

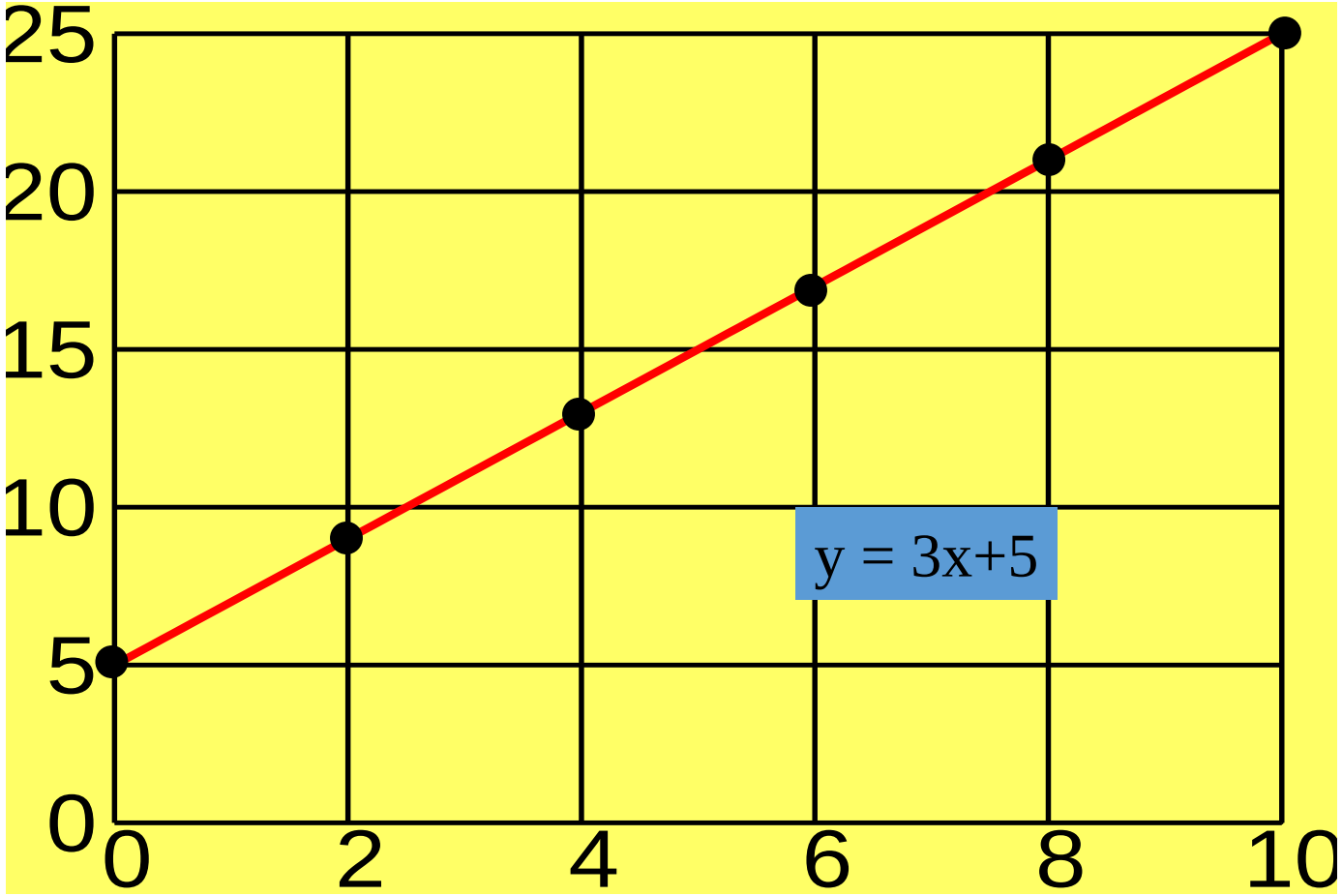
Exemples:

Nombre	Chiffres Significatifs
$3.14159 = 3.14159\ 10^{0}$	6
$0.34000 = 3.4000\ 10^{-1}$	5
$0.1034 = 1.034\ 10^{-1}$	4
$0.001034 = 1.034\ 10^{-3}$	4
$7.000 = 7.000\ 10^{0}$	4
$0.000034 = 3.4\ 10^{-5}$	2

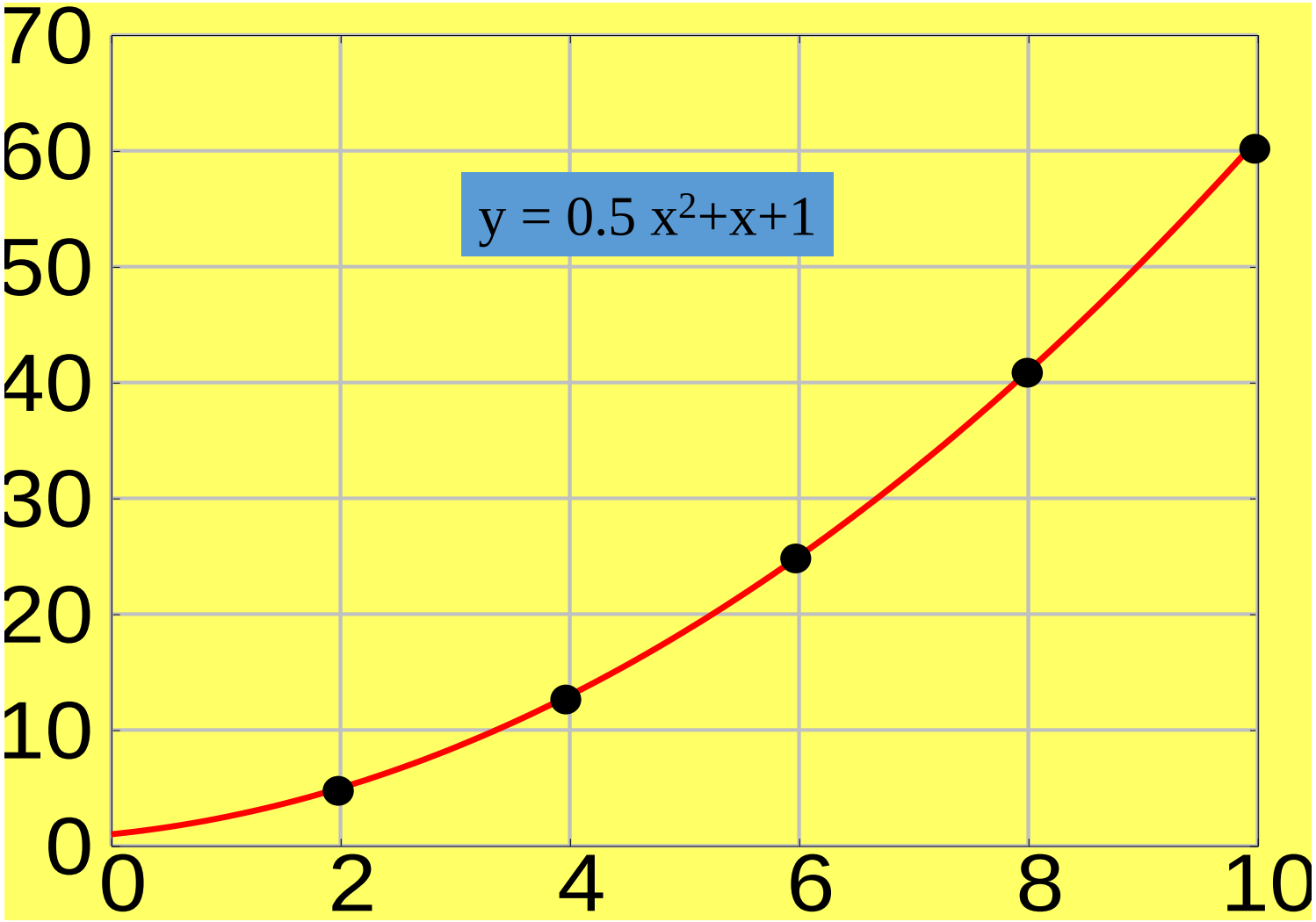
4. Graphes

Il y a trois types de relation mathématique les plus communes en physique:

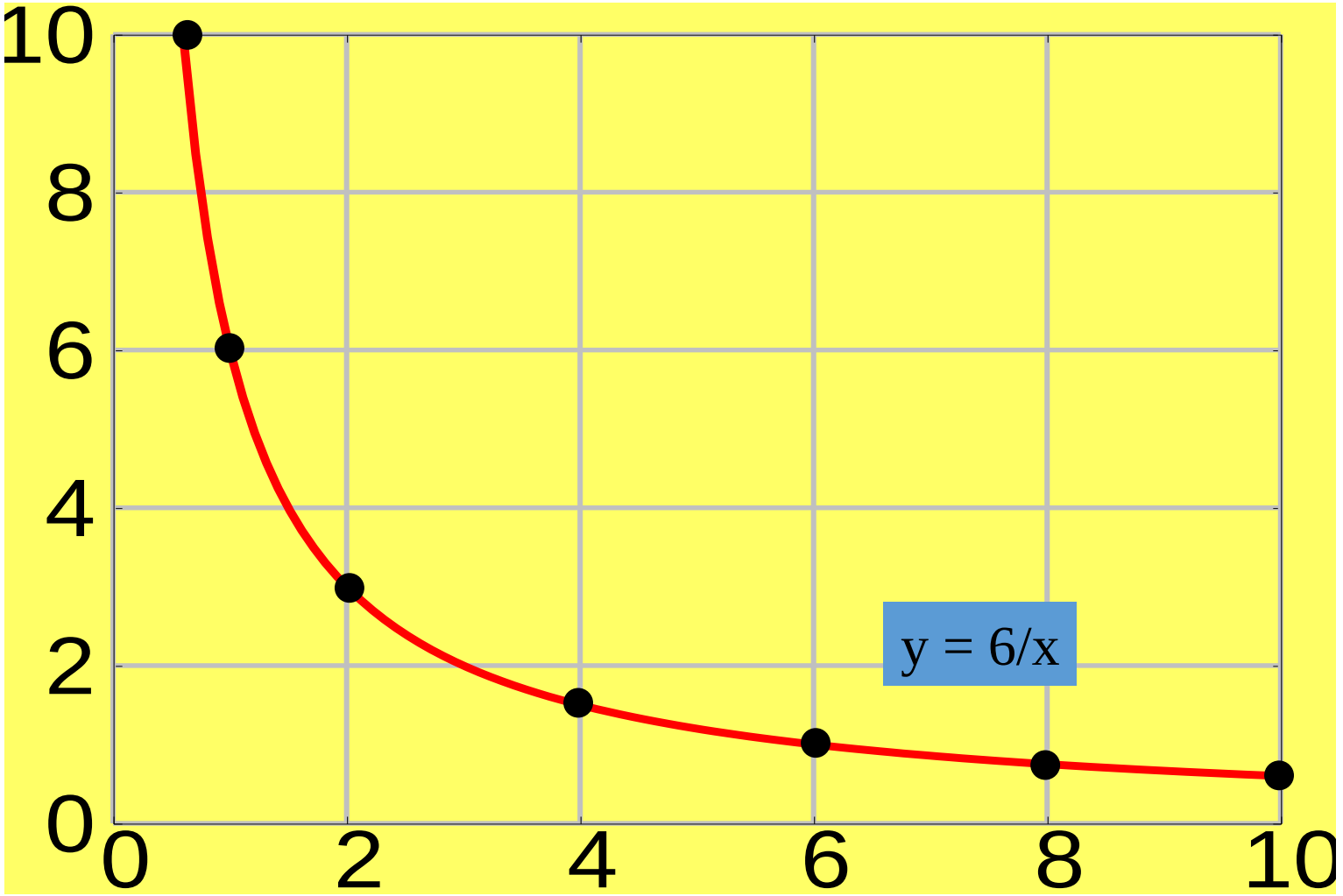
1) Relation <u>linéaire</u>: y = a x + b



2) Relation quadratique: $y = a\,x^2 + b\,x + c$



3) Relation inverse: y = k / x



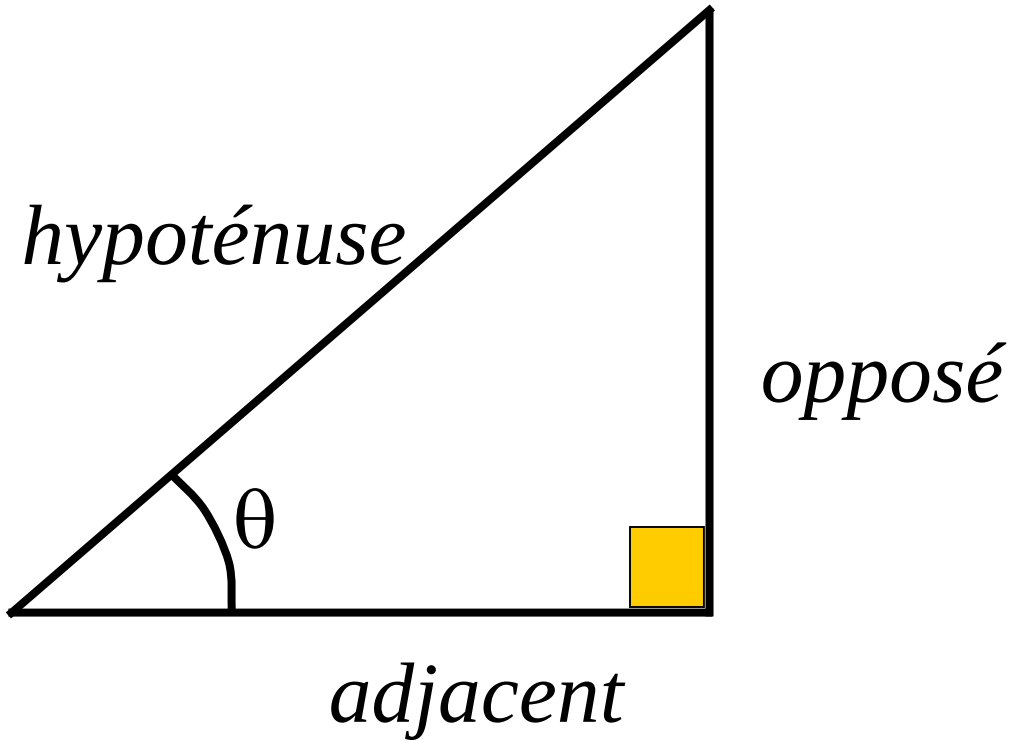
5. Trigonométrie

$\sin \theta$ = *opposé / hypoténuse*

$\cos \theta$ = *adjacent / hypoténuse*

$\tan \theta$ = *opposé / adjacent*

Triangle



VECTEURS

II. Rappels mathématiques

1. Les vecteurs
2. Produit scalaire
3. Produit vectoriel
4. Vecteur position
5. Changements de base
6. Bases locales

1. Les Vecteurs

Physique

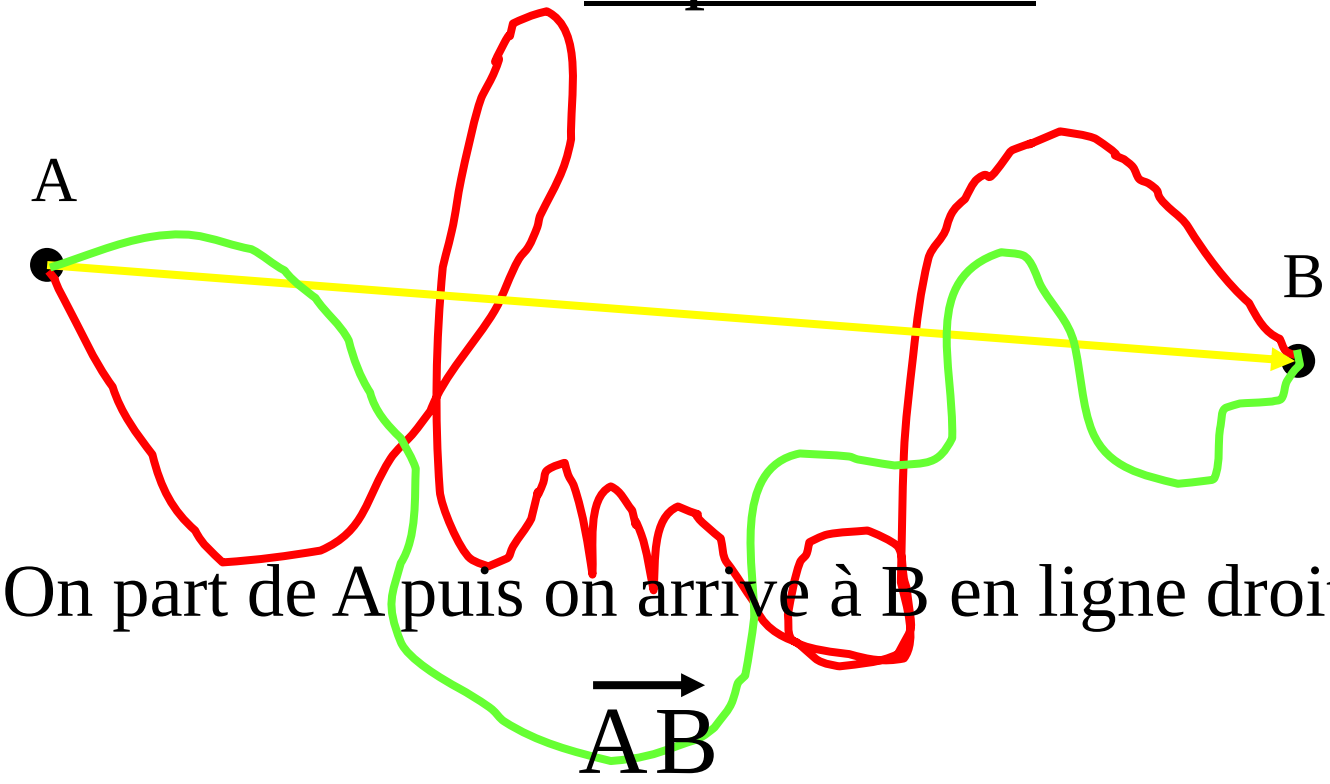
- ✓Le temps
- ✓La distance
- ✓La masse
- ✓Température
- ✓Charge électrique
- ✓Etc.

Grandeurs Scalaires

- ✓Déplacement
- ✓Vitesse
- ✓Accélération
- ✓Force

Grandeurs Vectorielles

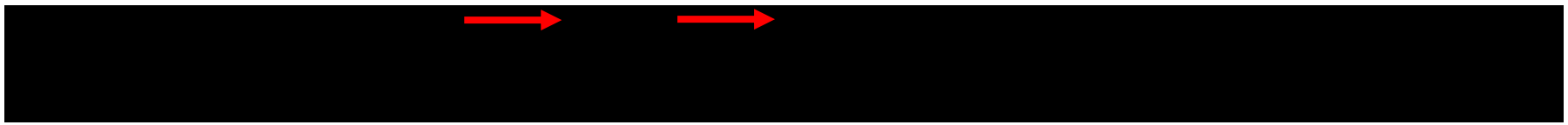
Déplacement



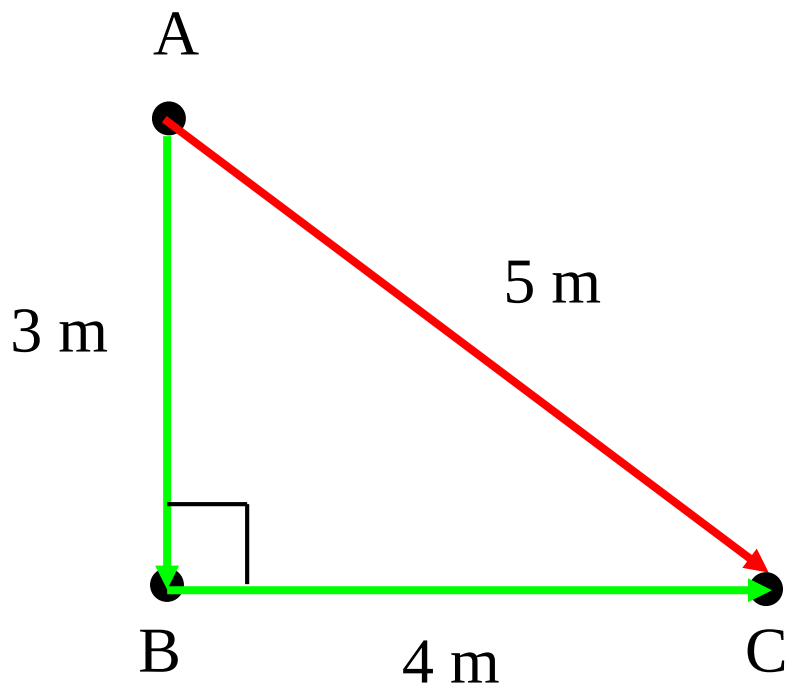
On part de A puis on arrive à B en ligne droite

$\overrightarrow{AB}$

Vecteur déplacement (ou simplement vecteur)



Propriétés du Vecteur Déplacement



Distance = $3+4$ = 7 m

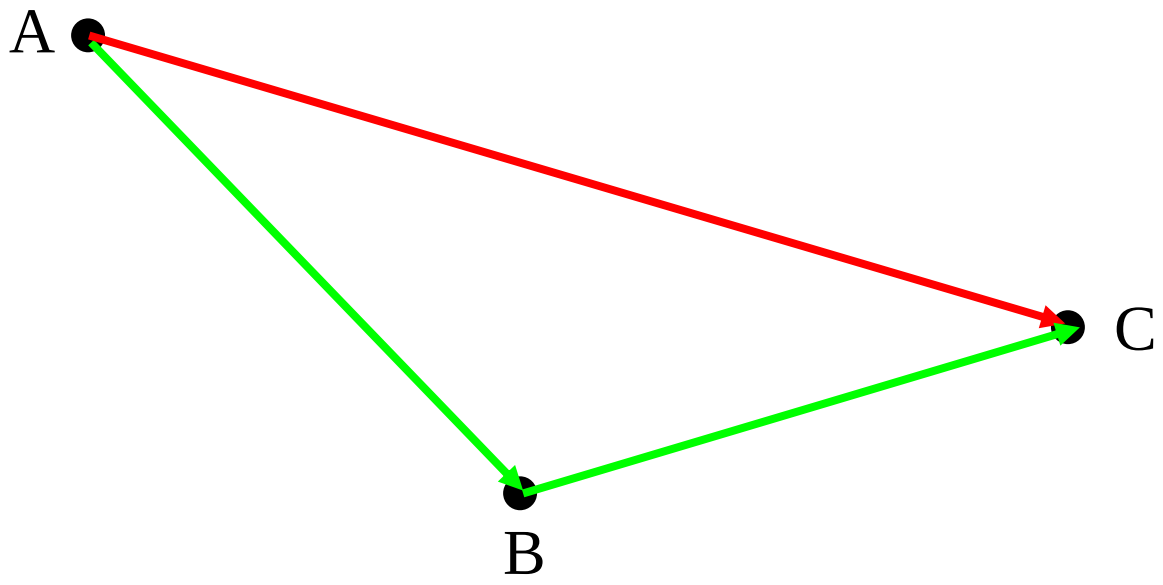
Déplacement = $\sqrt{3^2+4^2}$ = 5 m

(se déplacer de A à B) puis (se déplacer de B à C)

égale à

(se déplacer de A à C)

Propriétés du Vecteur Déplacement



(se déplacer de A à B) puis (se déplacer de B à C)

égale à

(se déplacer de A à C)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



Propriétés des Vecteurs

a) Commutativité: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
b) Associativité: $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$
c) Élément neutre: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
d) Opposé de $\vec{a}$ est noté $-\vec{a}$
e) Etc.

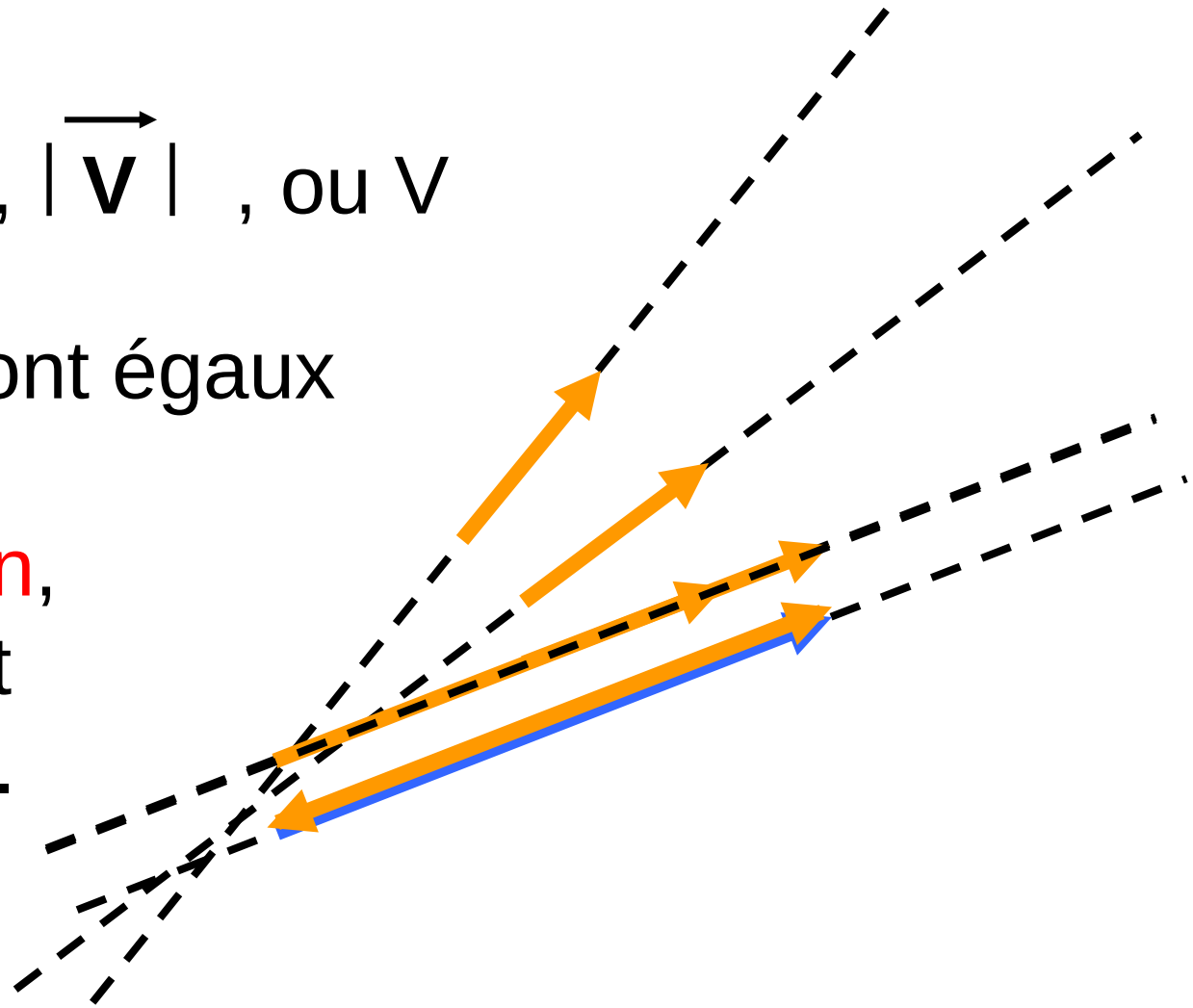
MECANIQUE I
David Sénéchal
NOTES DE COURS
(PHQ-110)

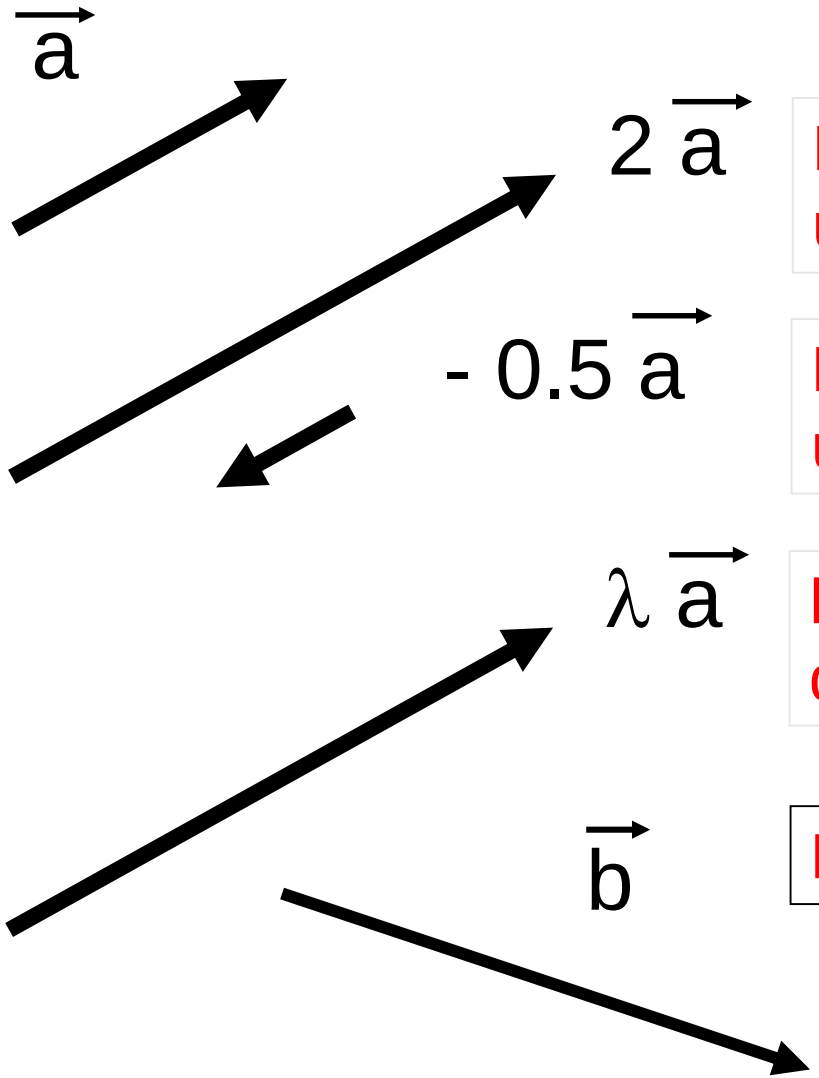
Lire le Chapitre 1
Pages 1 à 7

Un Vecteur $\overrightarrow{\mathbf{V}}$ possède
une grandeur (module, norme ou longueur)
une direction (porté par une droite)
et un sens.

Module: $\|\overrightarrow{\mathbf{V}}\|$, $|\overrightarrow{\mathbf{V}}|$, ou V

Deux vecteurs sont égaux
s'ils possèdent
la même direction,
le même sens, et
le même module.





Même direction, même sens et un module deux fois plus grand

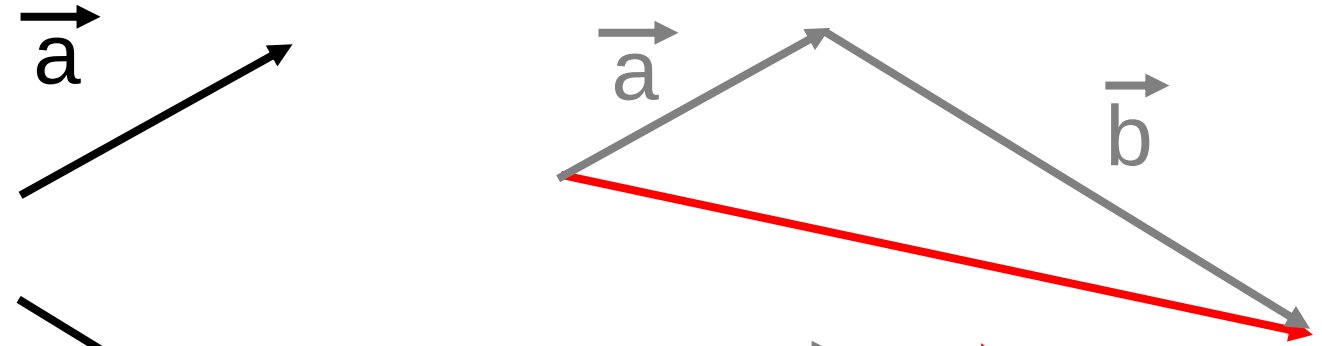
Même direction, sens opposé et un module deux fois plus petit.

N'importe quel vecteur de même direction que $\vec{a}$

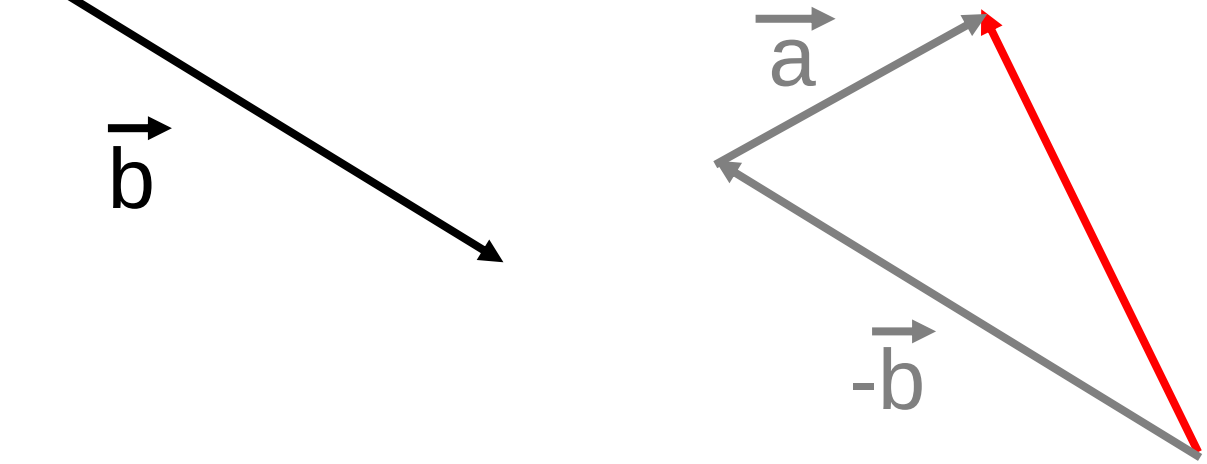
Et celui la ?

NON !

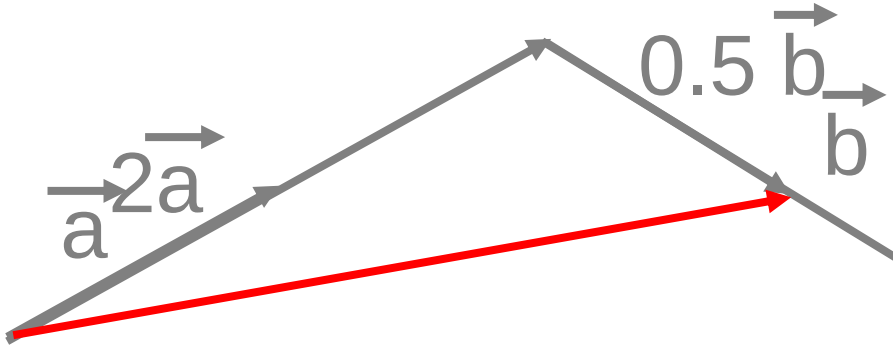
On dit que $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement indépendants



$\vec{a} + \vec{b}$



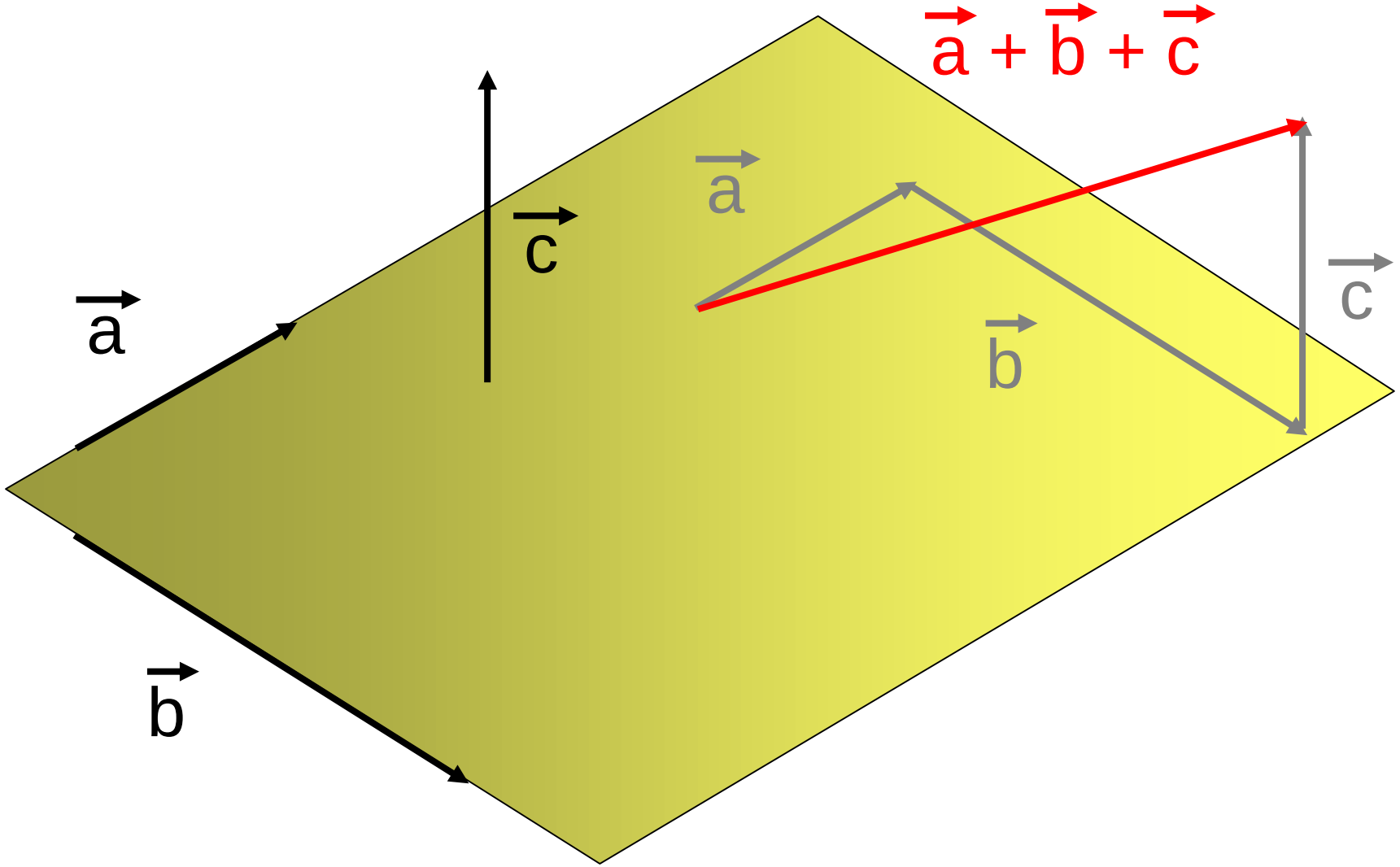
$\vec{a} - \vec{b}$



$2\vec{a} + 0.5\vec{b}$

N'importe quel vecteur du plan

$\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$



Peut on écrire $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$?

NON !

On dit que $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement indépendants

Les trois exemples précédents
Représentent des espaces vectoriels de:

- Une dimension (1D) : $\vec{v} = \lambda \vec{a}$
- Deux dimensions (2D): $\vec{v} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$
- Trois dimensions (3D): $\vec{v} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \beta \vec{c}$

Mais on peut généraliser à N dimensions

On dit que $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$ forment une base.

S'ils sont perpendiculaires deux à deux

ils forment une base orthogonale

Et si en plus, ils sont de norme unité: ils

forment une base orthonormée

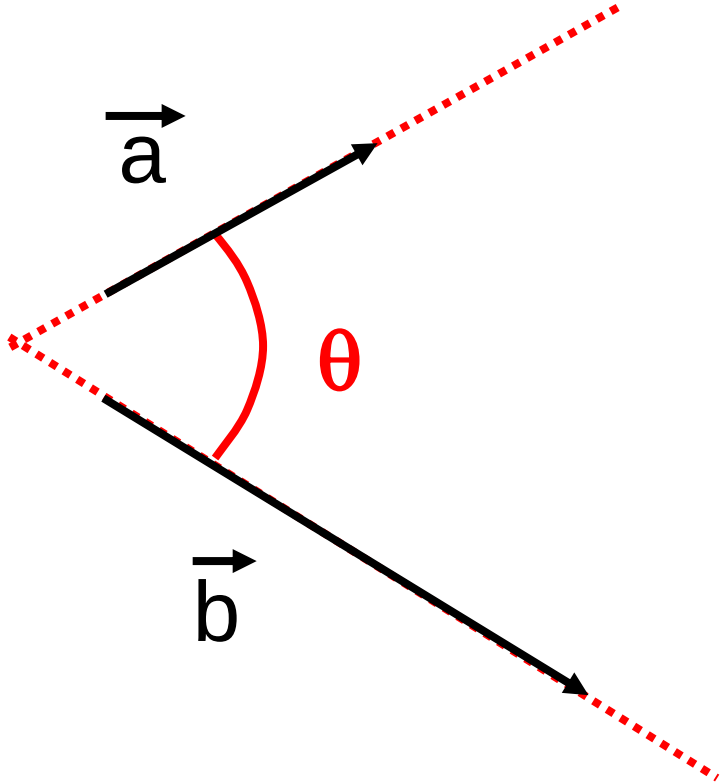
Généralement notés: $\vec{i}$ $\vec{j}$ $\vec{k}$

$$\vec{v} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

x, y et z sont les coordonnées de $\vec{v}$

2. Le produit scalaire

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a\, b \cos\theta$$



$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a\, a \cos 0 = a^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \|\vec{a}\|^2$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$$

Vecteur normé

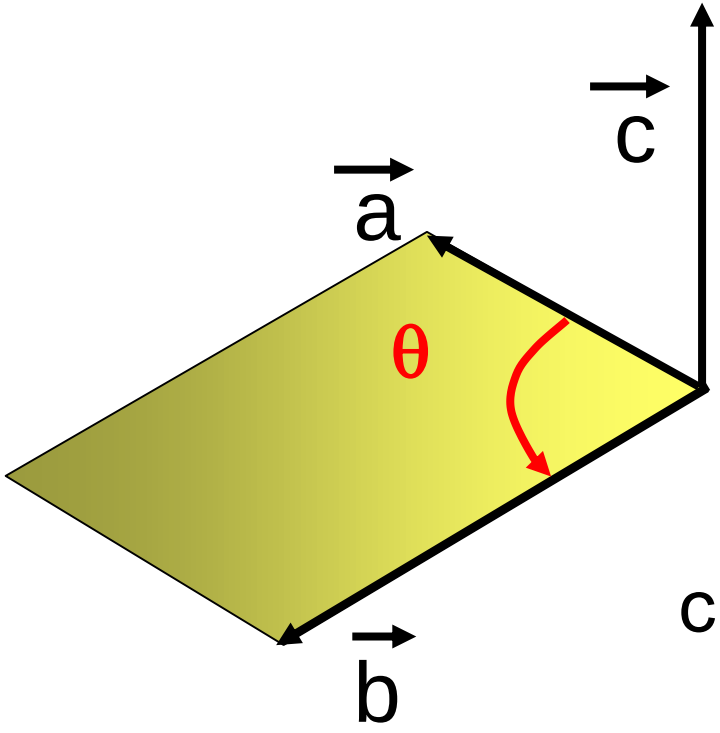
$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$$

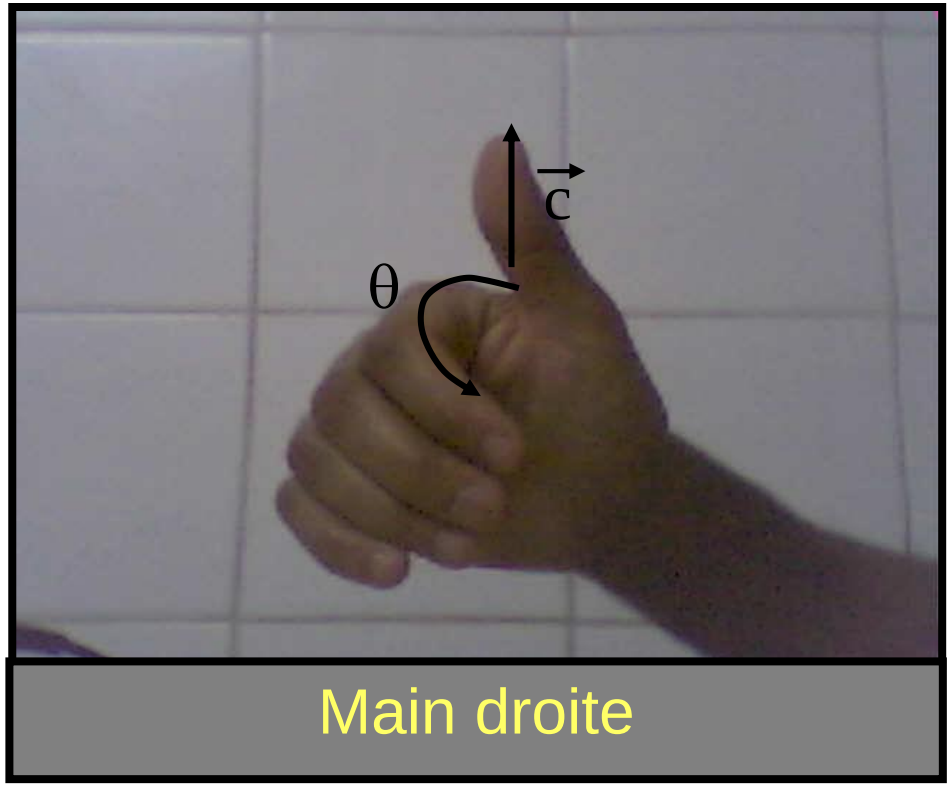
Vecteurs orthogonaux

3. Le produit vectoriel

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$$

$$c = a\,b\,|\sin\theta|$$





c représente l'aire du Parallélogramme

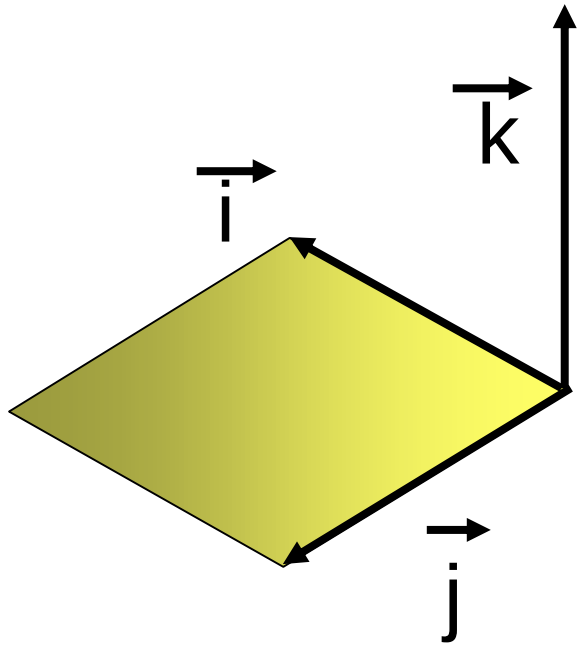
Quelques propriétés du produit vectoriel

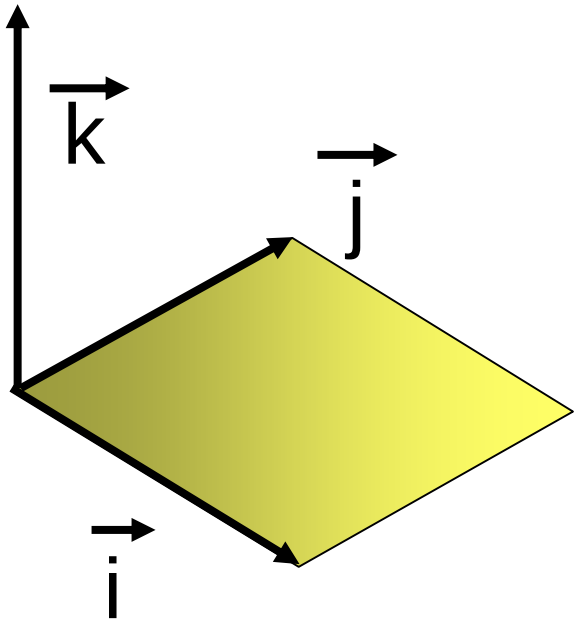
$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$

$\vec{a} \wedge \vec{a} = 0$

$\vec{i} \wedge \vec{i} = 0$

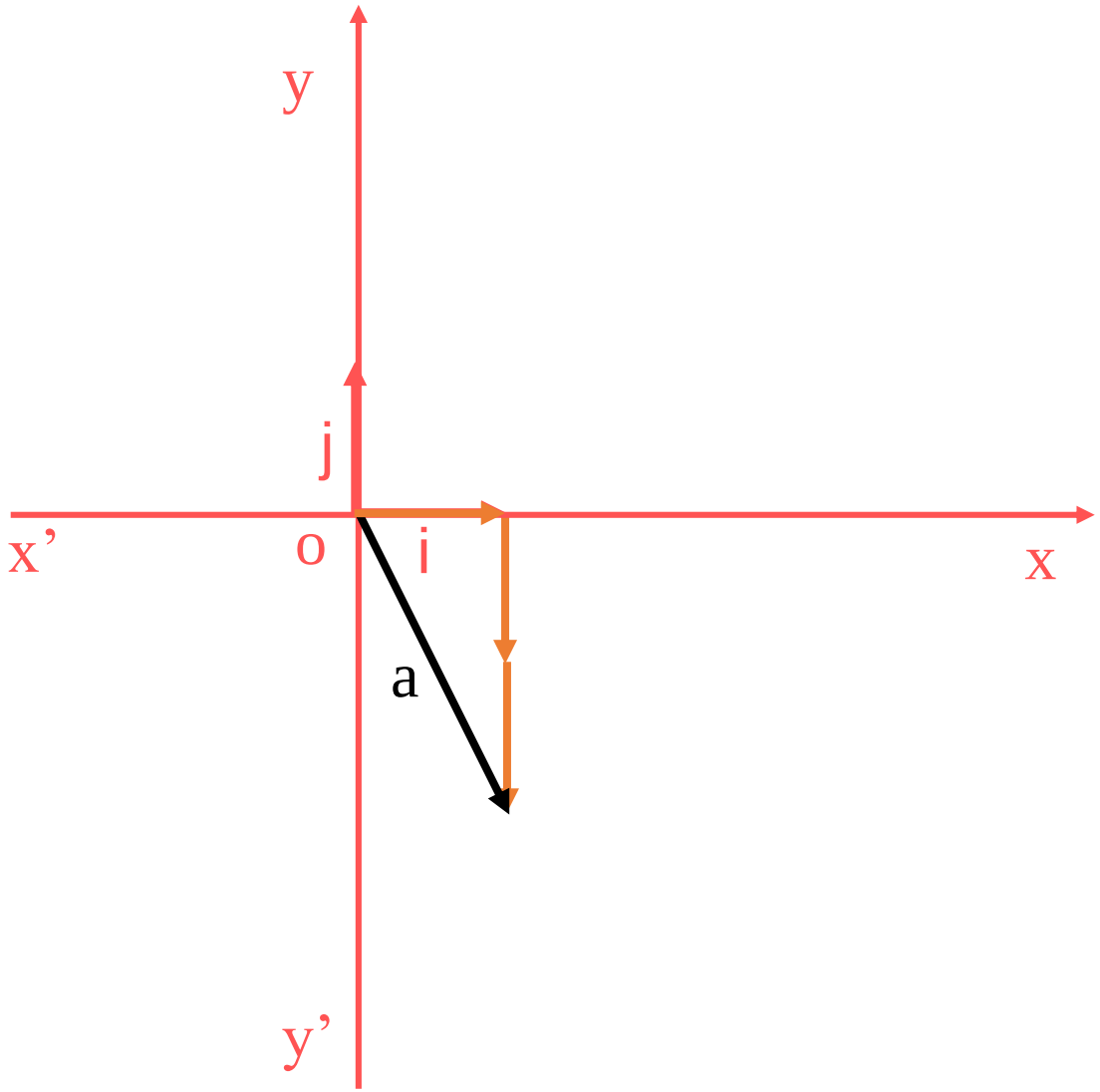
$\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$





Exemples

$\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$

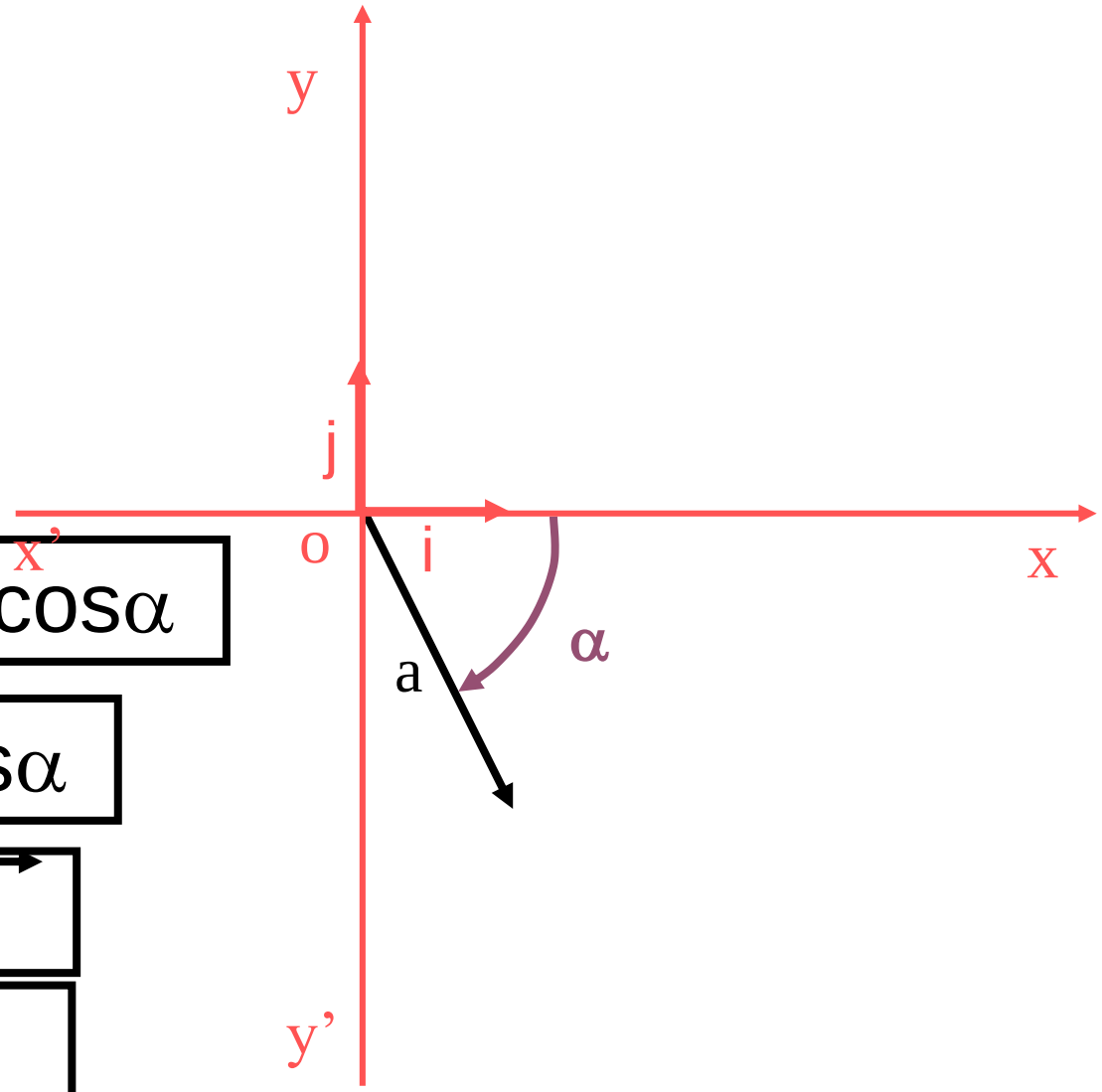


Repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$

Exemples

$\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$

$\alpha = ?$



$\vec{a} \cdot \vec{i} = \| \vec{a} \| \, \| \vec{i} \| \cos\alpha$

$\vec{a} \cdot \vec{i} = \sqrt{1^2+2^2}\cos\alpha$

$\vec{a} \cdot \vec{i} = (\vec{i} - 2\vec{j}) \cdot \vec{i}$

$= \vec{i} \cdot \vec{i} - 2\vec{j} \cdot \vec{i} = 1$

$\cos\alpha = 1/\sqrt{5} \approx 0.447$

$\alpha \approx 63°$

Remarque

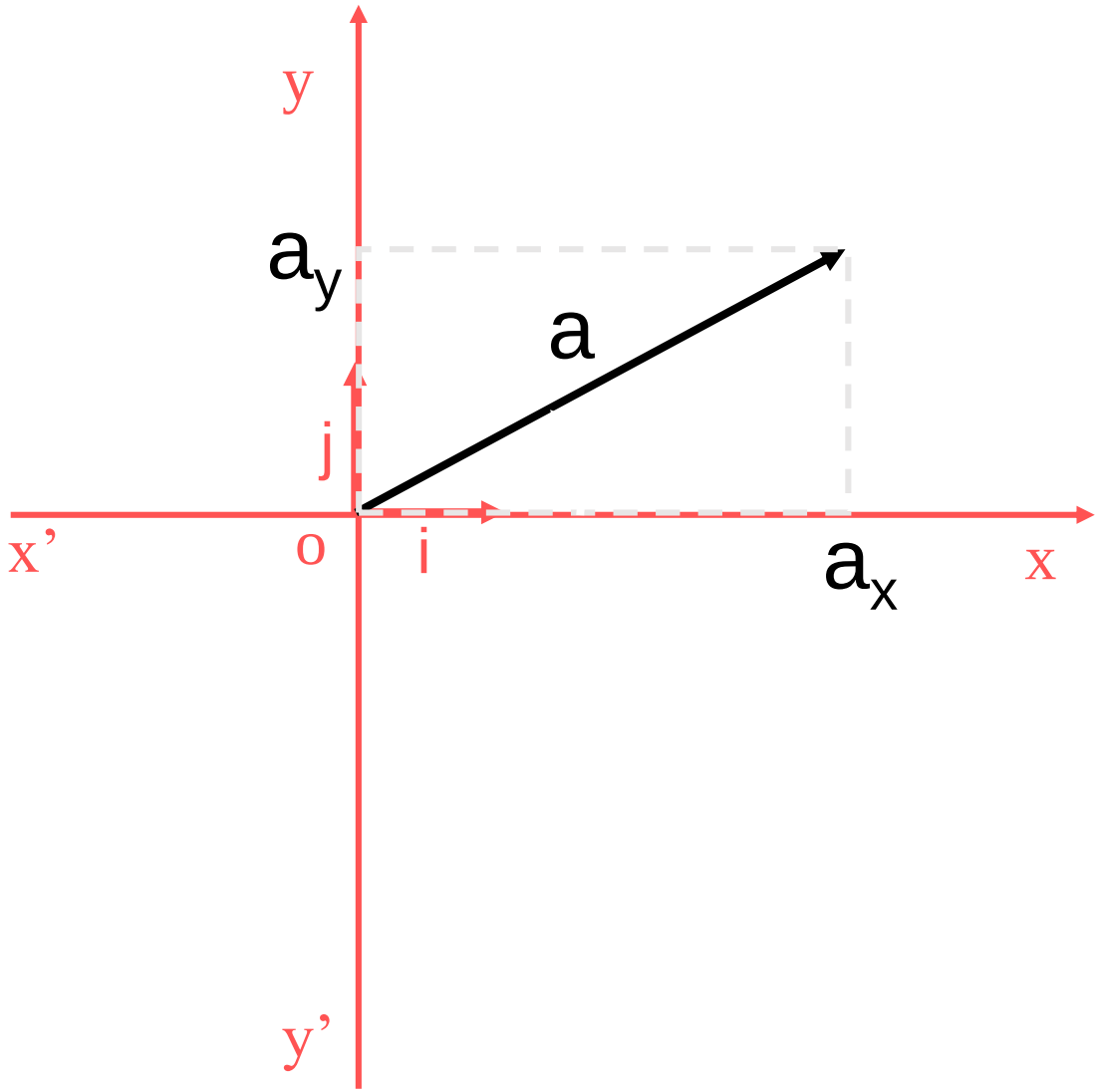
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a_x = a \cos\theta$$

$$a_y = a \sin\theta$$

$$tg\theta = a_y / a_x$$



Autre remarque

$\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$

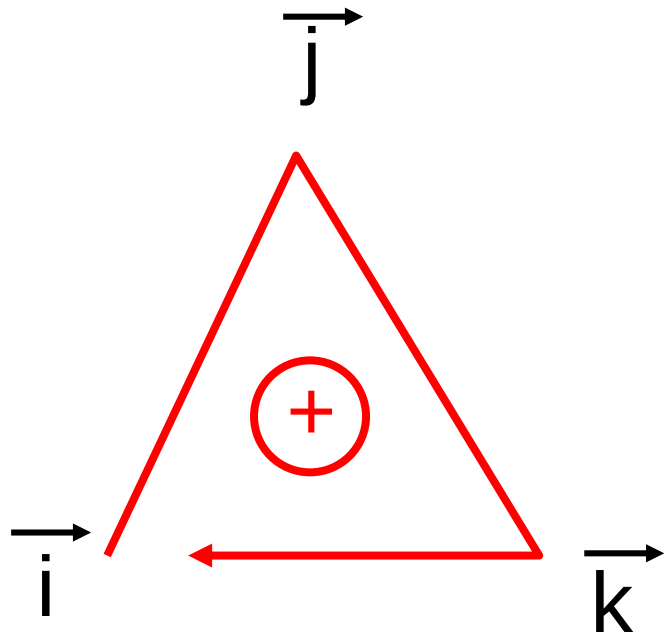
$\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$

$\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

$\vec{j} \wedge \vec{i} = -\vec{k}$

$\vec{k} \wedge \vec{j} = -\vec{i}$

$\vec{i} \wedge \vec{k} = -\vec{j}$



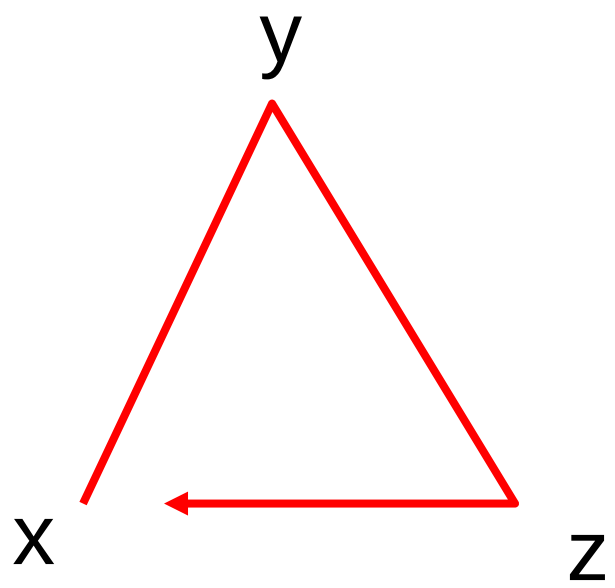
Exercice

Calculer $\boxed{\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}}$ dans le cas général où:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$$

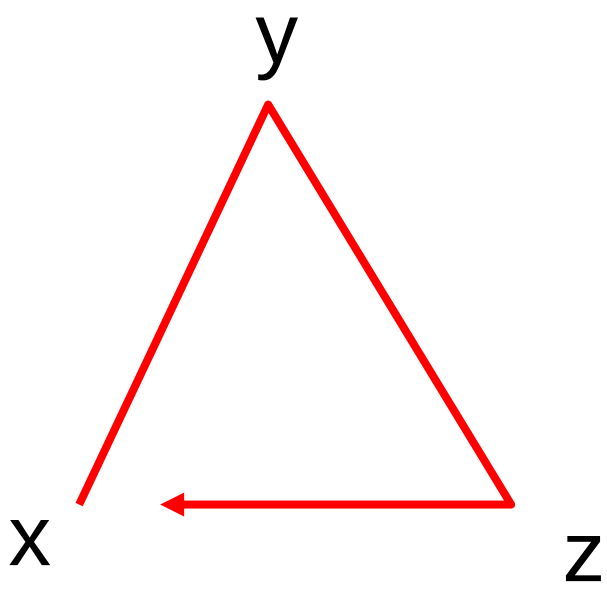


Et montrer que:

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y$$
$$c_y = a_z b_x - a_x b_z$$
$$c_z = a_x b_y - a_y b_x$$

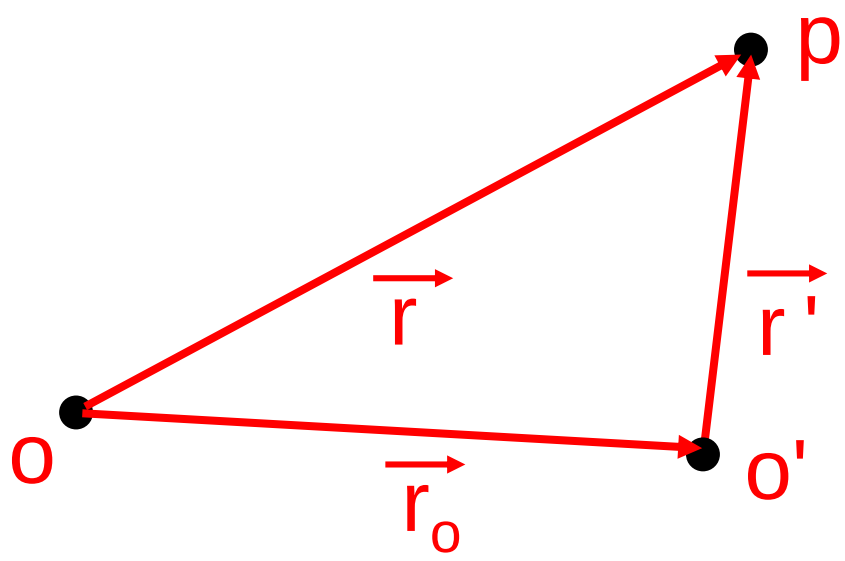
$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

$$c_x = a_y\, b_z - a_z\, b_y$$
$$c_y = a_z\, b_x - a_x\, b_z$$
$$c_z = a_x\, b_y - a_y\, b_x$$



4. Le vecteur position

Choisir une origine



$\overrightarrow{op}$ = Vecteur position de p par rapport à o

Noté par $\overrightarrow{r}$

$\overrightarrow{o'p}$ = Vecteur position de p par rapport à o'

Noté par $\overrightarrow{r'}$

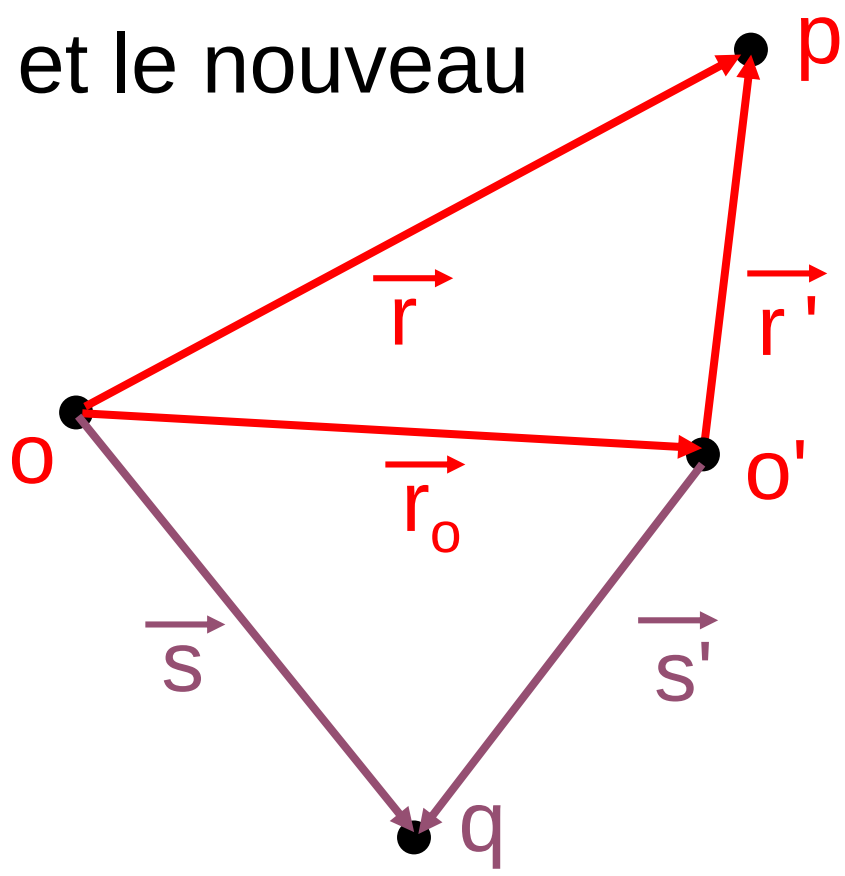
$\overrightarrow{oo'}$ = Vecteur position de o' par rapport à o

Noté par $\overrightarrow{r_o}$

Relation entre l'ancien et le nouveau vecteur position:

$$\vec{r} = \vec{r_o} + \vec{r}'$$

$$\vec{s} = \vec{r_o} + \vec{s}'$$

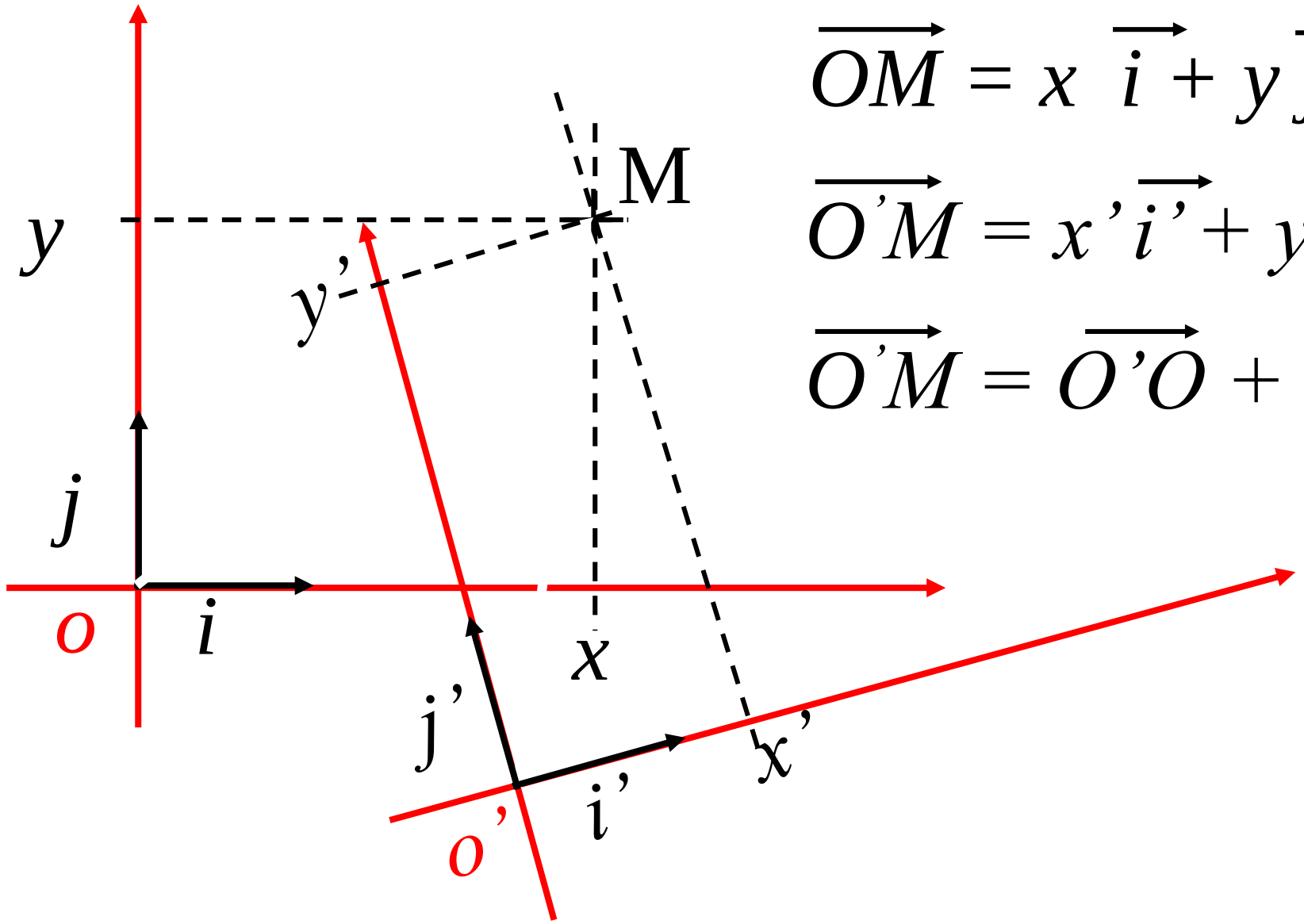


Si on fait la différence

$$\vec{s} - \vec{r} = \vec{s}' - \vec{r}'$$

La différence entre deux vecteurs positions ne dépend pas du choix de l'origine: (vitesse, accélération,force,etc.)

5. Changements de base



$$\overrightarrow{OM} = x\ \vec{i} + y\,\vec{j}$$

$$\overrightarrow{O'M} = x'\vec{i'} + y'\vec{j'}$$

$$\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OM}$$

Le passage de : $\overrightarrow{OM} = x\ \vec{i} + y\ \vec{j}$

à : $\overrightarrow{O'M} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}'$ est appelé

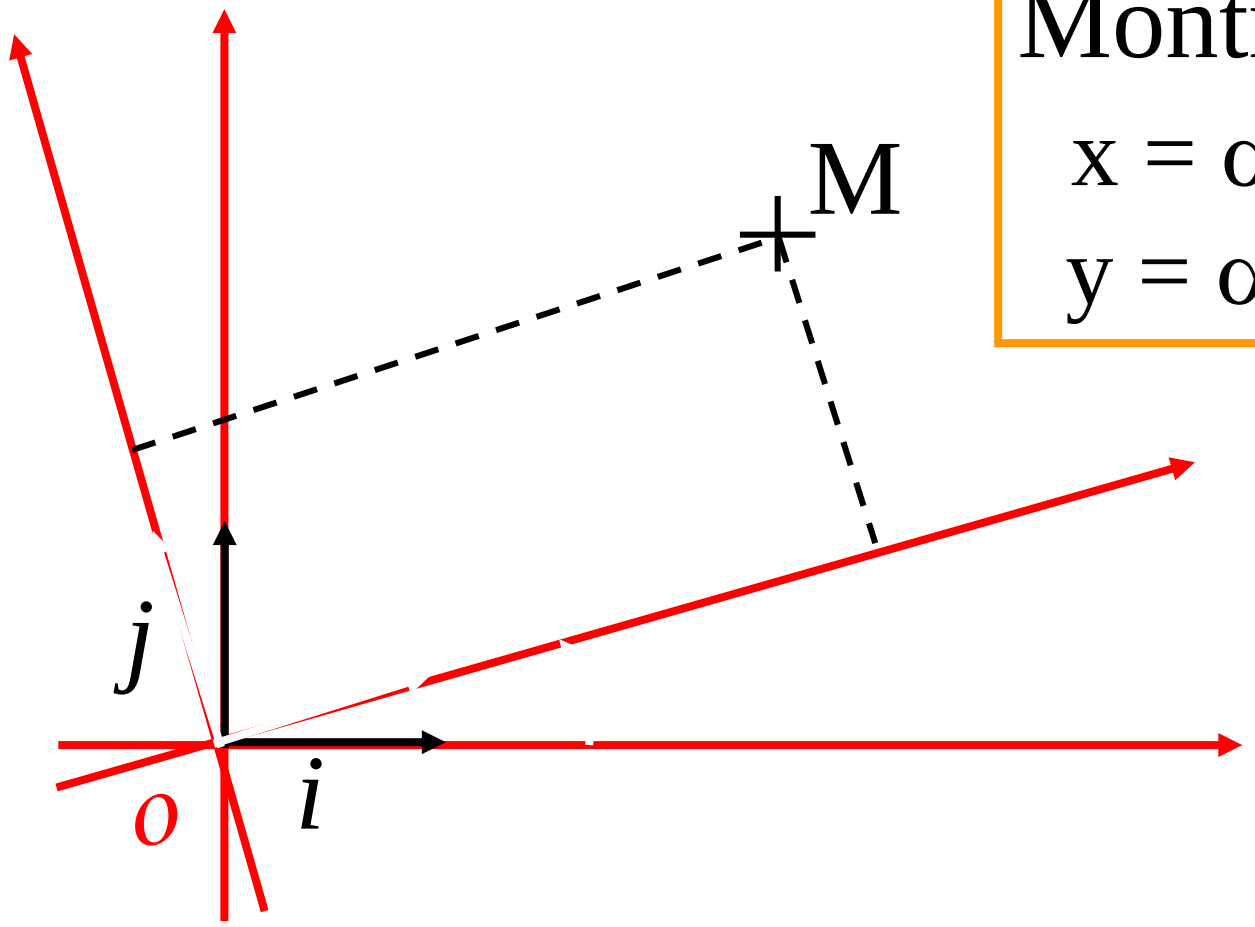
changement de base.

En physique, il est utile de savoir passer d'une base à une autre.

Certains problèmes sont plus faciles à résoudre si la bonne base est choisie.

Exemple: changement de la base (i, j) à la base (u,v)

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \Longrightarrow \overrightarrow{OM} = \alpha\,\vec{u} + \beta\,\vec{v}$$



Montrer que:

$x = \alpha \cos\theta - \beta \sin\theta$

$y = \alpha \sin\theta + \beta \cos\theta$

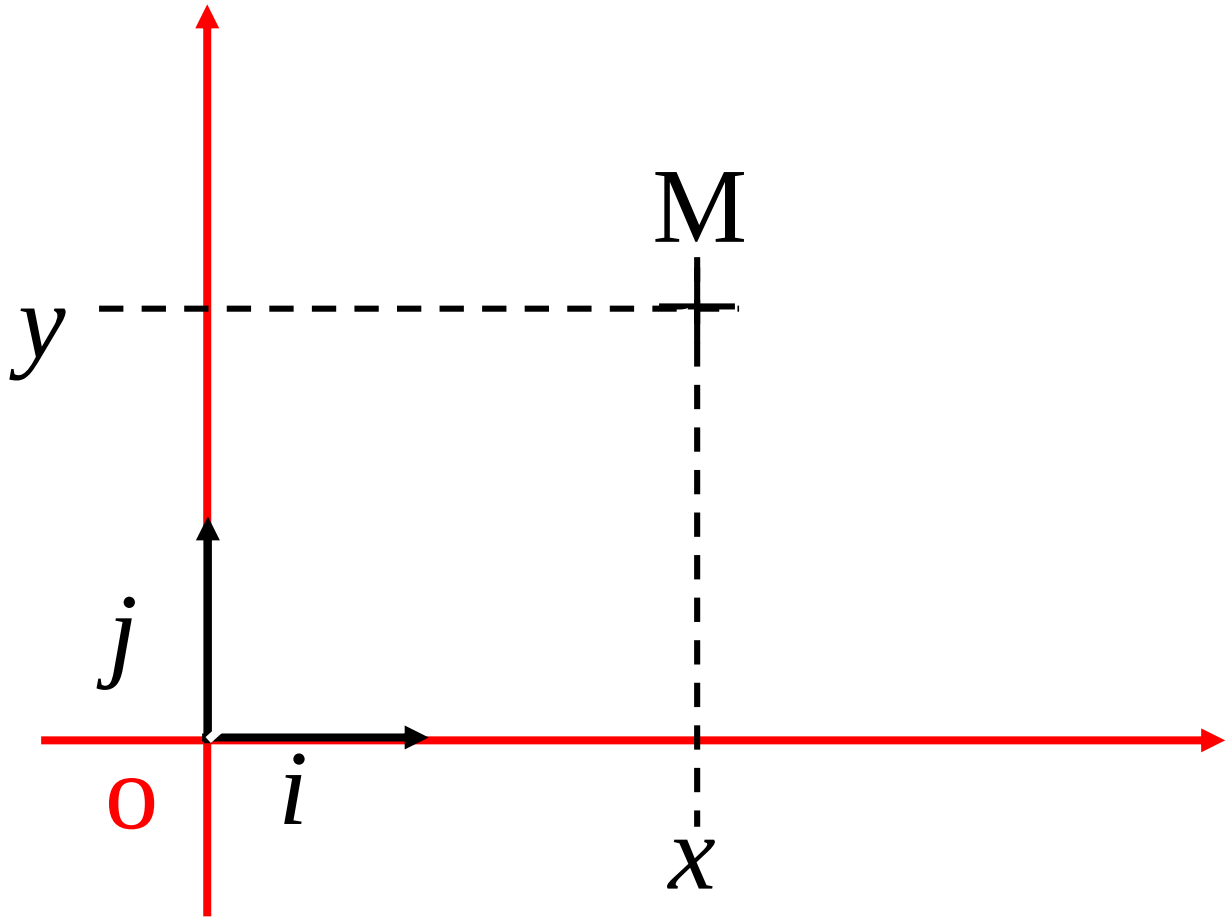
$$\vec{i} \cdot \vec{u} = \cos\theta$$
$$\vec{i} \cdot \vec{v} = \cos(\theta + \pi/2) = -\sin\theta$$
$$\vec{j} \cdot \vec{u} = \cos(\theta - \pi/2) = \sin\theta$$
$$\vec{j} \cdot \vec{v} = \cos\theta$$

$$x = \overrightarrow{OM} \cdot \vec{i} \quad \text{et} \quad y = \overrightarrow{OM} \cdot \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM} \cdot \vec{i} = \alpha\, \vec{u} \cdot \vec{i} + \beta\, \vec{v} \cdot \vec{i} = \alpha\cos\theta - \beta\sin\theta$$

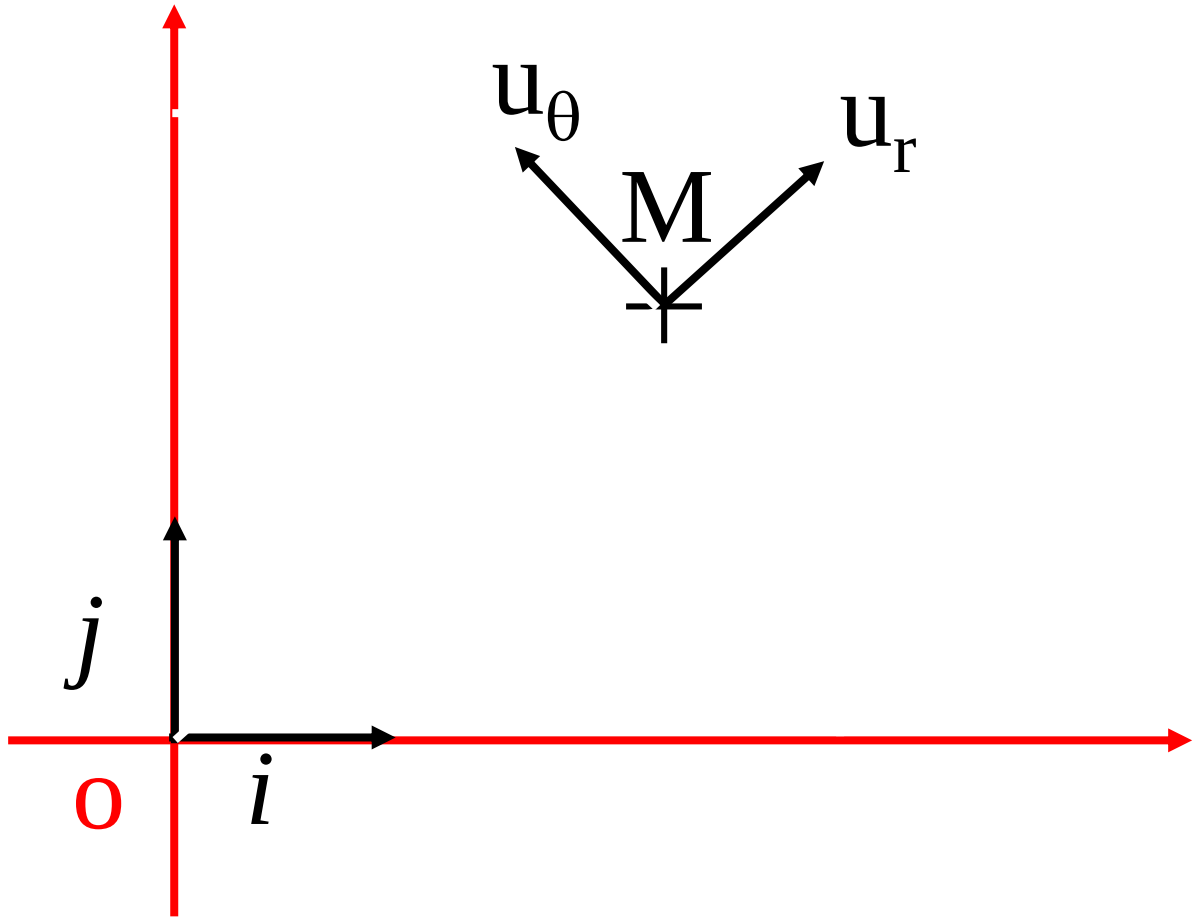
$$\overrightarrow{OM} \cdot \vec{j} = \alpha\, \vec{u} \cdot \vec{j} + \beta\, \vec{v} \cdot \vec{j} = \alpha\sin\theta + \beta\cos\theta$$

Coordonnées Cartésiennes:



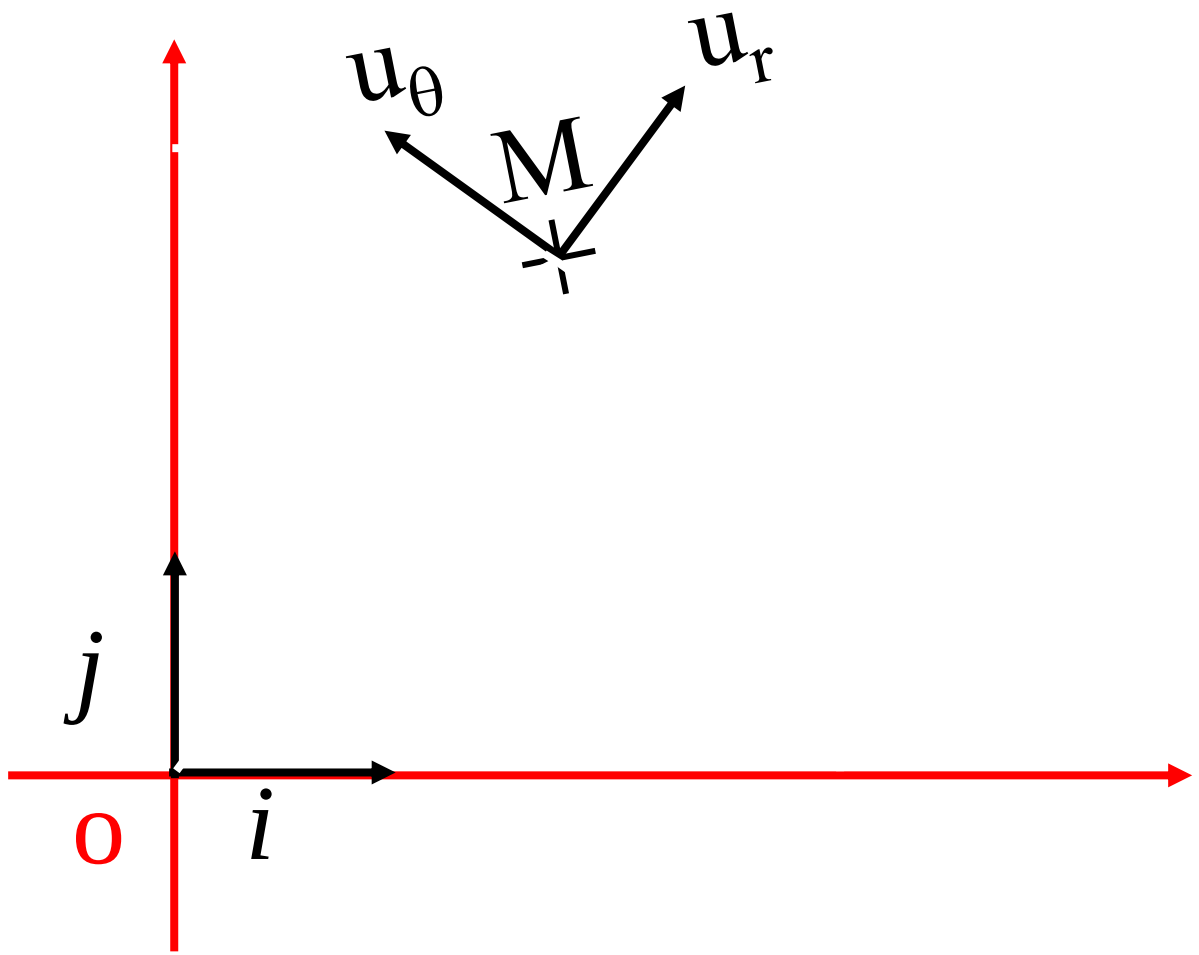
Une base qui varie d'un point à un autre.

Coordonnées Polaires:



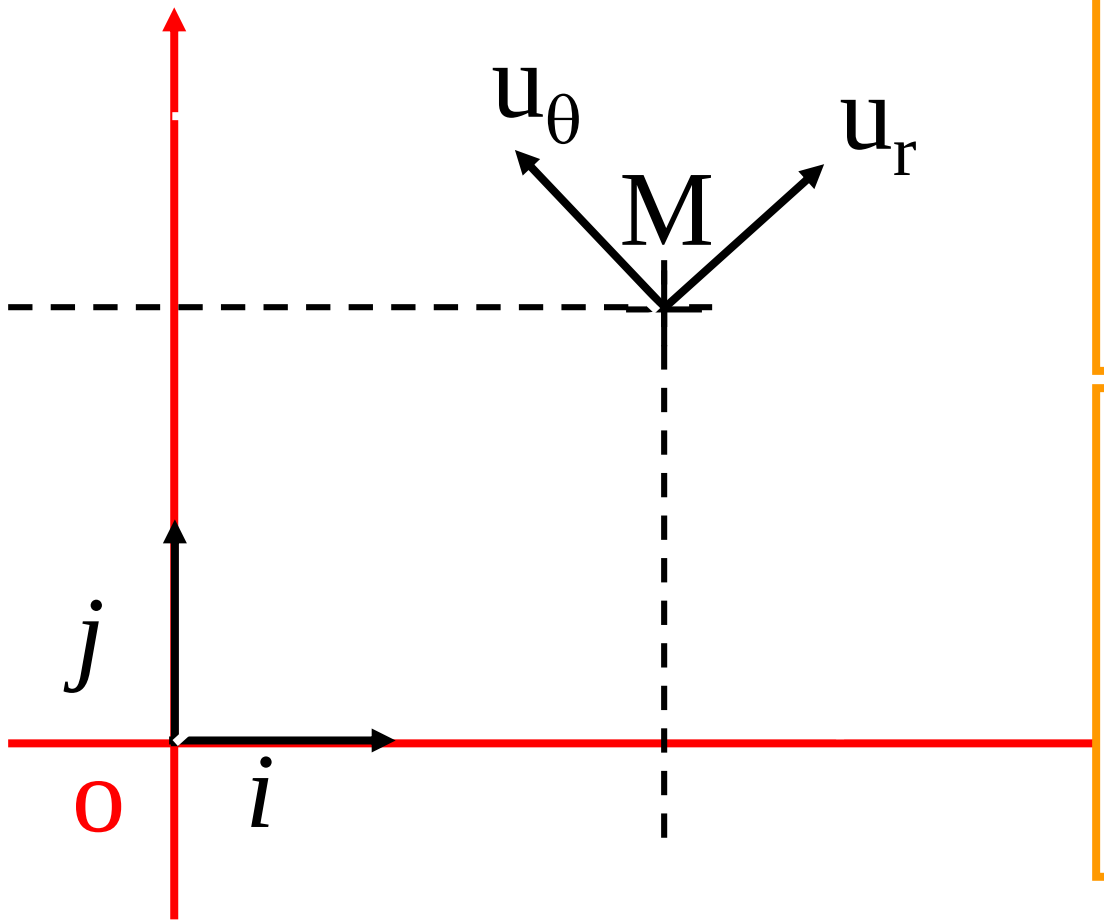
Une base qui varie d'un point à un autre.

Coordonnées Polaires:



Une base qui varie d'un point à un autre.

Coordonnées Polaires:



On montre que:

$x = r \cos\theta$

$y = r \sin\theta$

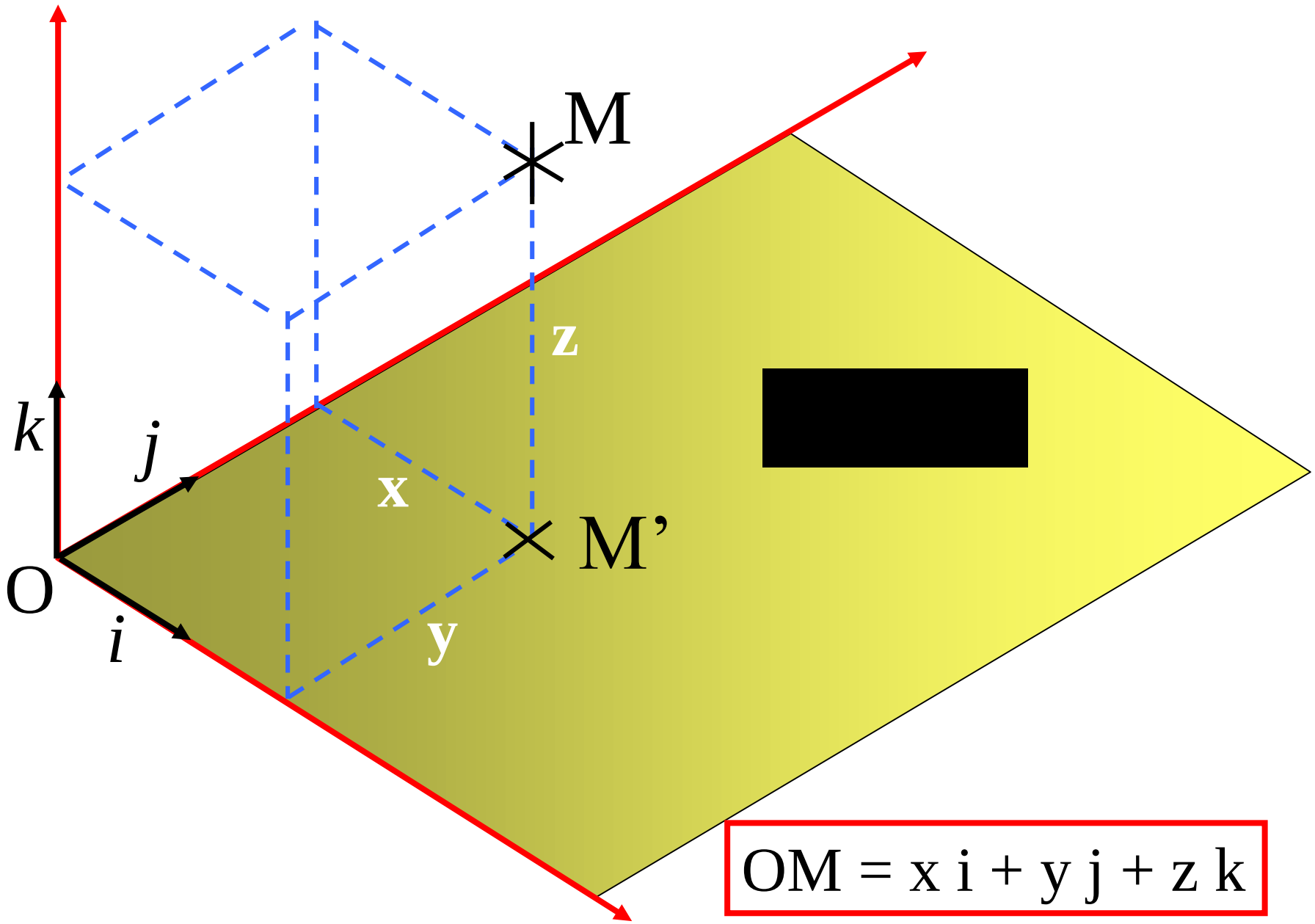
Exprimer (u_r , u_θ) en fonction de (i, j)

Dans le système de coordonnées polaires, tout point du plan est repéré par ses deux coordonnées (r , θ)

$$\overrightarrow{OM} = x\ \vec{i} + y\ \vec{j} \quad \Longrightarrow \quad \overrightarrow{OM} = r\ \vec{u}_r$$

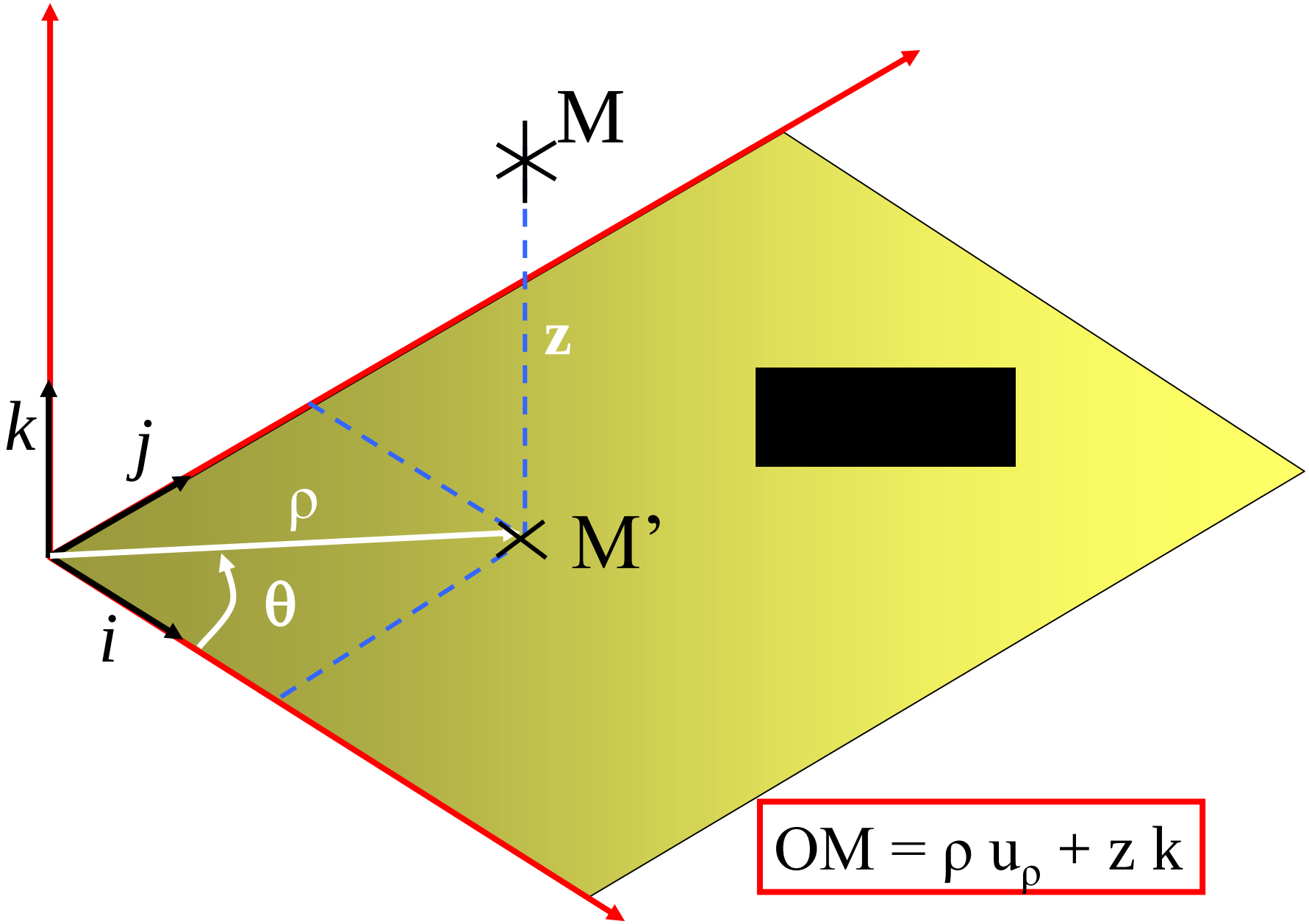
Les coordonnées cylindriques et les coordonnées sphériques sont des extensions des coordonnées polaires à l'espace à 3 dimensions.

Coordonnées cartésiennes en 3D



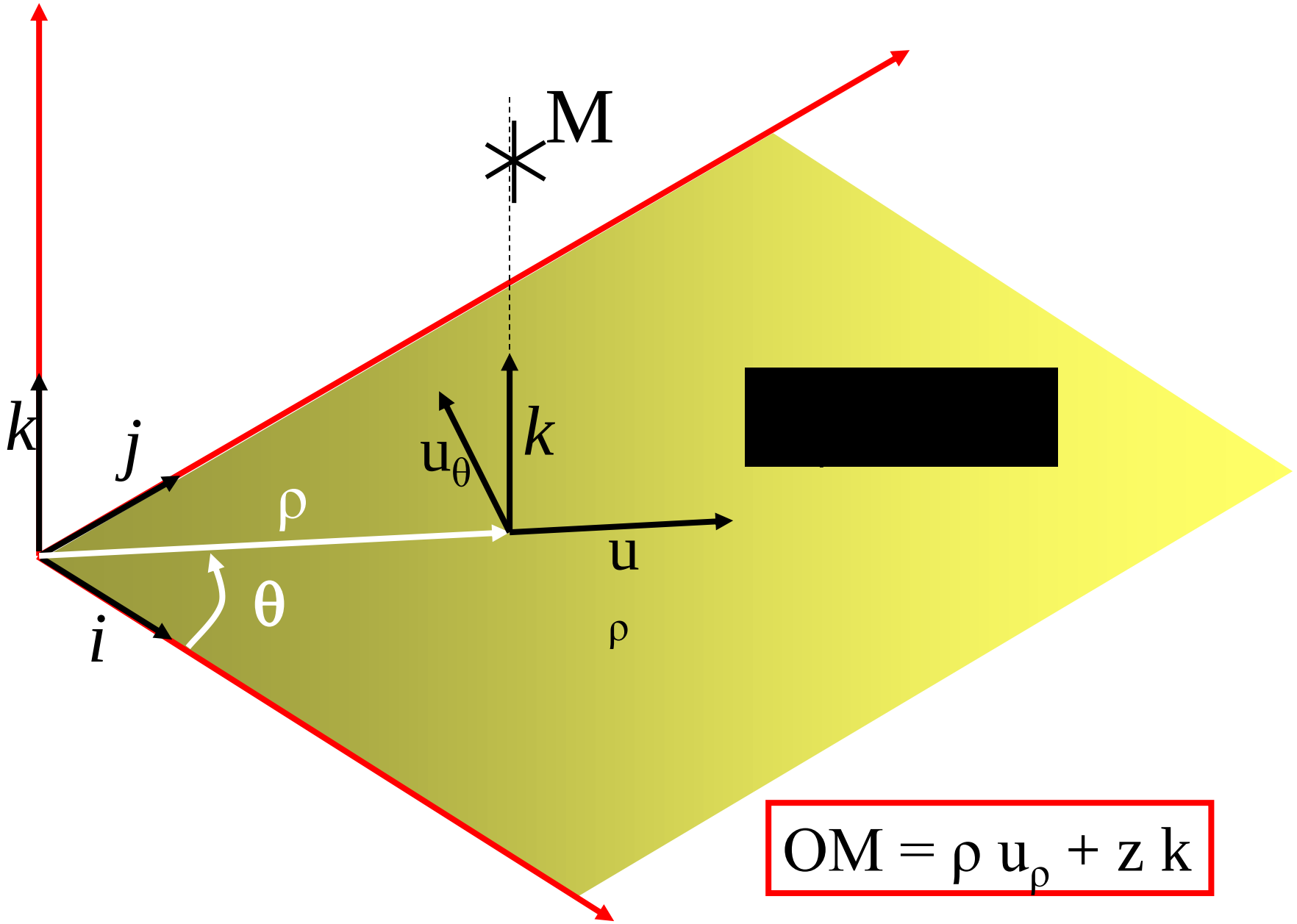
$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

Coordonnées Cylindriques



$$\overrightarrow{OM} = \rho\, u_\rho + z\, k$$

Coordonnées Cylindriques (Base)



$$OM = \rho\, u_\rho + z\, k$$

Coordonnées Cylindriques (Relations)

$$OM = \rho\, u_\rho + z\, k = x\, i + y\, j + z\, k$$

$$\rho\, u_\rho = x\, i + y\, j$$

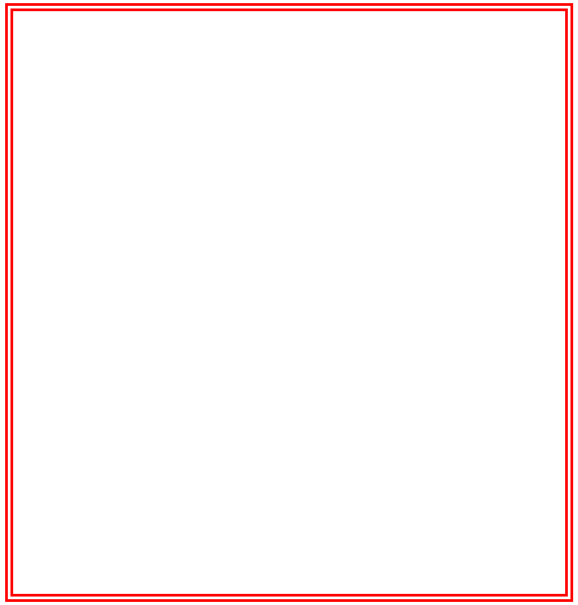
$$x = \rho \cos\theta$$

$$y = \rho \sin\theta$$

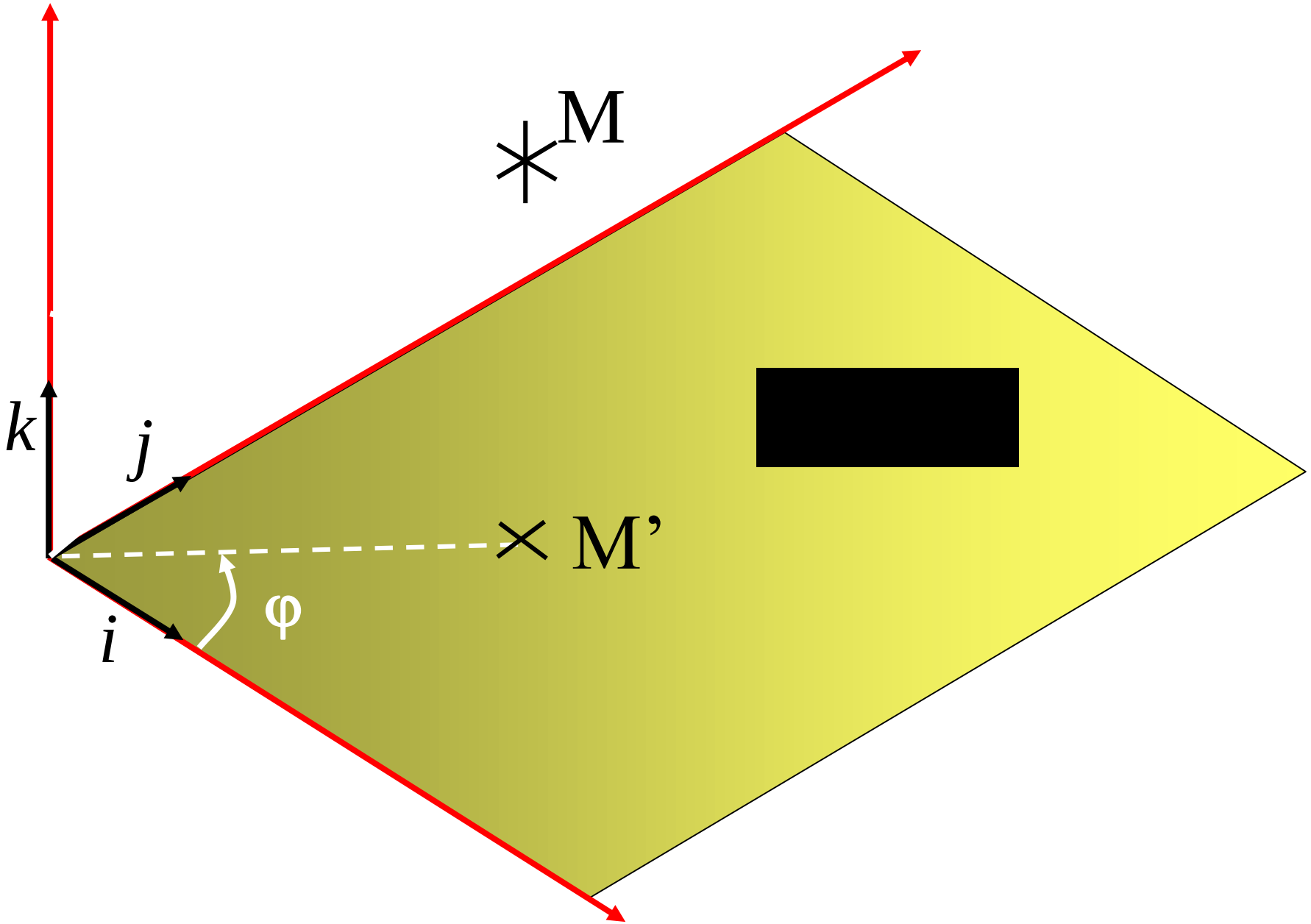
Donc: $\rho^2 = x^2 + y^2$

$$u_\rho = \cos\theta\, i + \sin\theta\, j$$

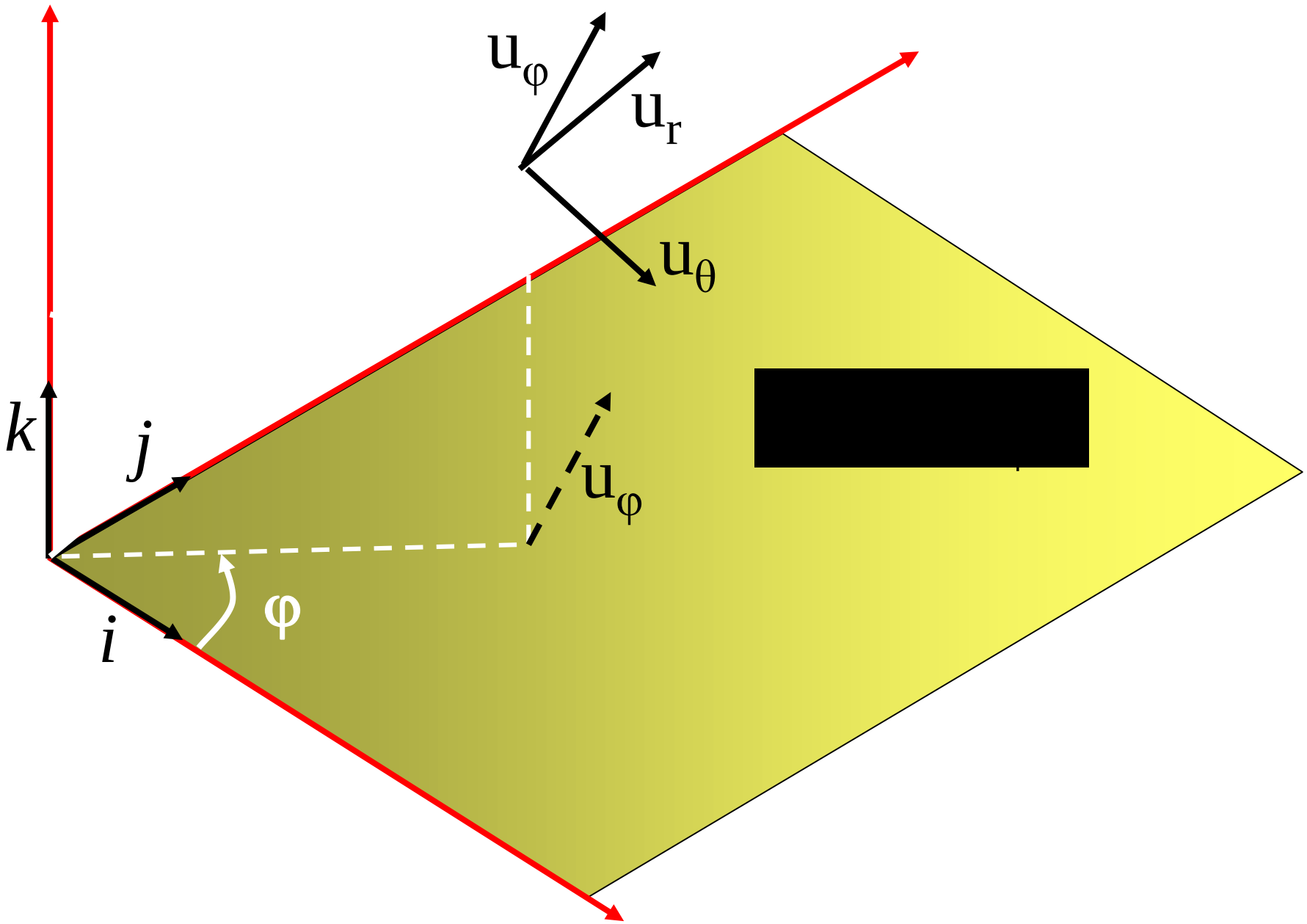
$$u_\theta = -\sin\theta\, i + \cos\theta\, j$$



Coordonnées Sphériques



Coordonnées Sphériques (Base)



Coordonnées Sphériques (Relations)

$$OM = r\,u_r = x\,i + y\,j + z\,k$$

$$x = r \sin\theta \cos\varphi$$
$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$
$$z = r \cos\theta$$

Donc: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

On montre facilement

$$u_r = \sin\theta \cos\varphi\, i + \sin\theta \sin\varphi\, j + \cos\theta\, k$$
$$u_\theta = \cos\theta \cos\varphi\, i + \cos\theta \sin\varphi\, j - \sin\theta\, k$$
$$u_\varphi = -\sin\varphi\, i + \cos\varphi\, j$$

Cartésiennes	Cylindriques	Sphériques
(x, y, z) (i, j, k)	(ρ, θ, z) (u_ρ , u_θ, k)	(r, θ, φ) $(u_r, u_\theta, u_\varphi)$
$OM=x\ i + y\ j + z\ k$	$OM = \rho\ u_\rho + z\ k$	$OM = r\ u_r$
$OM'=x\ i + y\ j$	$\rho = \|\|OM'\|\|$ $\theta = \text{angle}(i, OM')$	$r = \|\|OM\|\|$ $\theta = \text{angle}(k, OM)$ $\varphi = \text{angle}(i, OM')$
$u = OM'/\|\|OM'\|\|$	$u_\rho = OM'/\rho = u$ $u_\theta = u_\rho(\theta+ \pi/2)$	$u_r = OM/r$ $u_\theta = u_r(\theta+ \pi/2)$ $u_\varphi = u(\varphi + \pi/2)$