LMD – Maths & Informatique

1 ère Année

Semestre 1

Unité Découverte

Module: Physique 1

Mécanique du Point

A.KIES

Table de la matière

I. Notions de Base

II. Rappels Mathématiques

III. Cinématique du Point

IV. Dynamique du Point

V. Travail et Énergie

IV. Dynamique du Point

1. Les lois du mouvement
2. Première loi
3. Deuxième loi
4. Troisième loi
5. Centre de masse
6. Applications: le projectile, le pendule

1. Les lois du mouvement

Aristote -384/-322
Naturel, violent, volontaire

Galilée 1564/1642
Expériences, Observations

Newton 1642/1727
Les trois lois

2. Première loi

Appelé aussi *Principe d'inertie* (Énoncé par Galilée):

Un corps isolé persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme dans lequel il se trouve

Définition d'un référentiel Galiléen:

On appelle référentiel galiléen un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié

3. Deuxième loi

Ou bien "*principe fondamentale de la dynamique*"

a) Notion de force

- Forces à distance
  - Interaction gravitationnelle
  - Interaction électromagnétique
- Forces de contact
  - Frottements
- Forces fictives

Définition d'une force:

On appelle force la grandeur vectorielle décrivant une interaction capable de produire un mouvement ou encore de créer une déformation.

b) Notion de quantité de mouvement

Soit un point matériel de masse m, de vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel galiléen.

Sa quantité de mouvement est un vecteur défini par:

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$

Cette grandeur prend en compte la vitesse mais aussi l'inertie du corps (sa masse).

Énoncé du principe fondamentale de la dynamique:

La dérivée temporelle de la quantité de mouvement d'un point matériel est égale à la somme vectorielle des forces qui lui sont appliquées.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{\gamma}$$

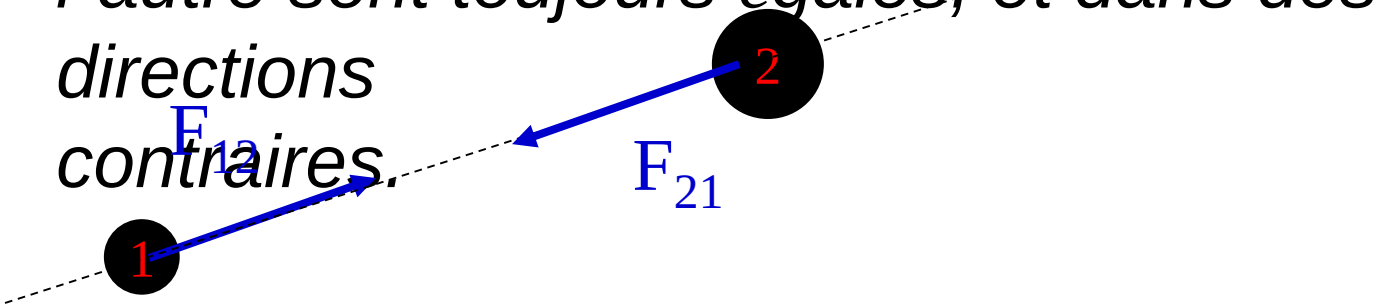
Remarque:

le principe d'inertie est un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.

4. Troisième loi

Ou bien *Principe de l'action et de la réaction*

L'action est toujours égale et opposée à la réaction;
c'est-`a-dire, que les actions de deux corps l'un sur
l'autre sont toujours égales, et dans des directions
contraires.

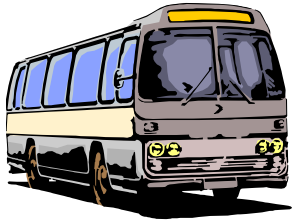


$$F_{12} = - F_{21}$$

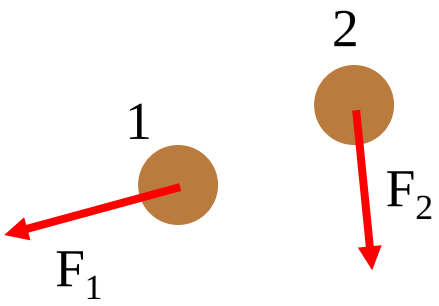
5. Centre de masse

Les trois lois de Newton s'appliquent à des points matériels seulement, mais les objets de la vie courante ne sont pas des points.

Il est important de comprendre comment les lois de Newton peuvent être formulées pour s'appliquer à des objets macroscopiques.

- 

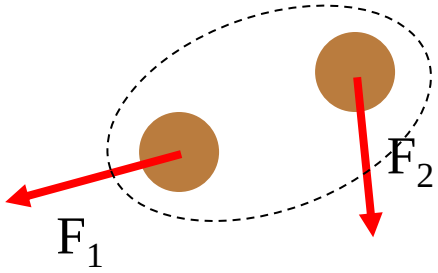

Prenons un cas simple de deux corps indépendants:



$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{\gamma}_1$$

$$\vec{F}_2 = m_2 \vec{\gamma}_2$$

Si on suppose qu'il ne forment qu'un seul corps, on a:



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = M \vec{\gamma}$$

Il est évident que $M = m_1 + m_2$

Et donc:

$$m_1\vec{\gamma}_1 + m_2\vec{\gamma}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{\gamma}$$

Mais: $$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Donc, on doit avoir en général:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{v}$$

Aussi: $$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Ainsi:

$$m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2} = (m_1 + m_2)\,\overrightarrow{OM}_{c.m.}$$

Et ceci est la définition du centre de masse (c.m.).

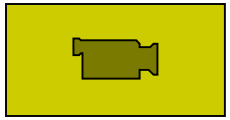
En conclusion, les lois de Newton peuvent s'appliquer à un objet constitué de deux points matériel à condition de les formuler pour le centre de masse.

"On peut facilement généraliser à plusieurs corps même s'ils sont en interactions en s'aidant de la troisième loi de Newton"

En conclusion, les lois de Newton peuvent s'appliquer à des objets macroscopiques à condition de les formuler pour le centre de masse.

6. Applications: le projectile, le pendule

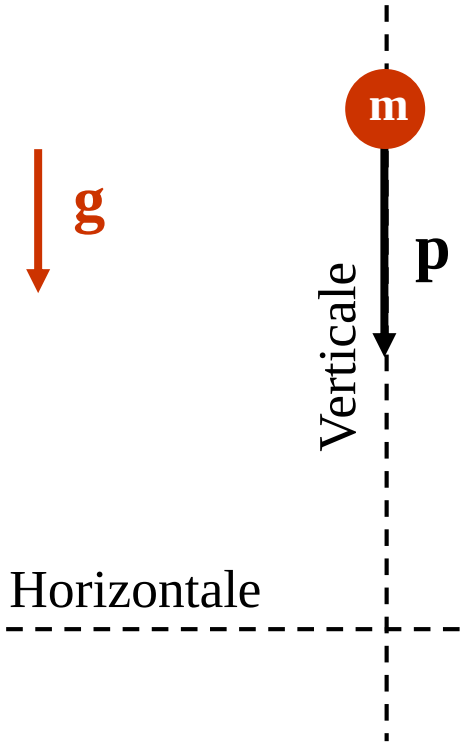
le projectile



Le principe fondamental de la dynamique:

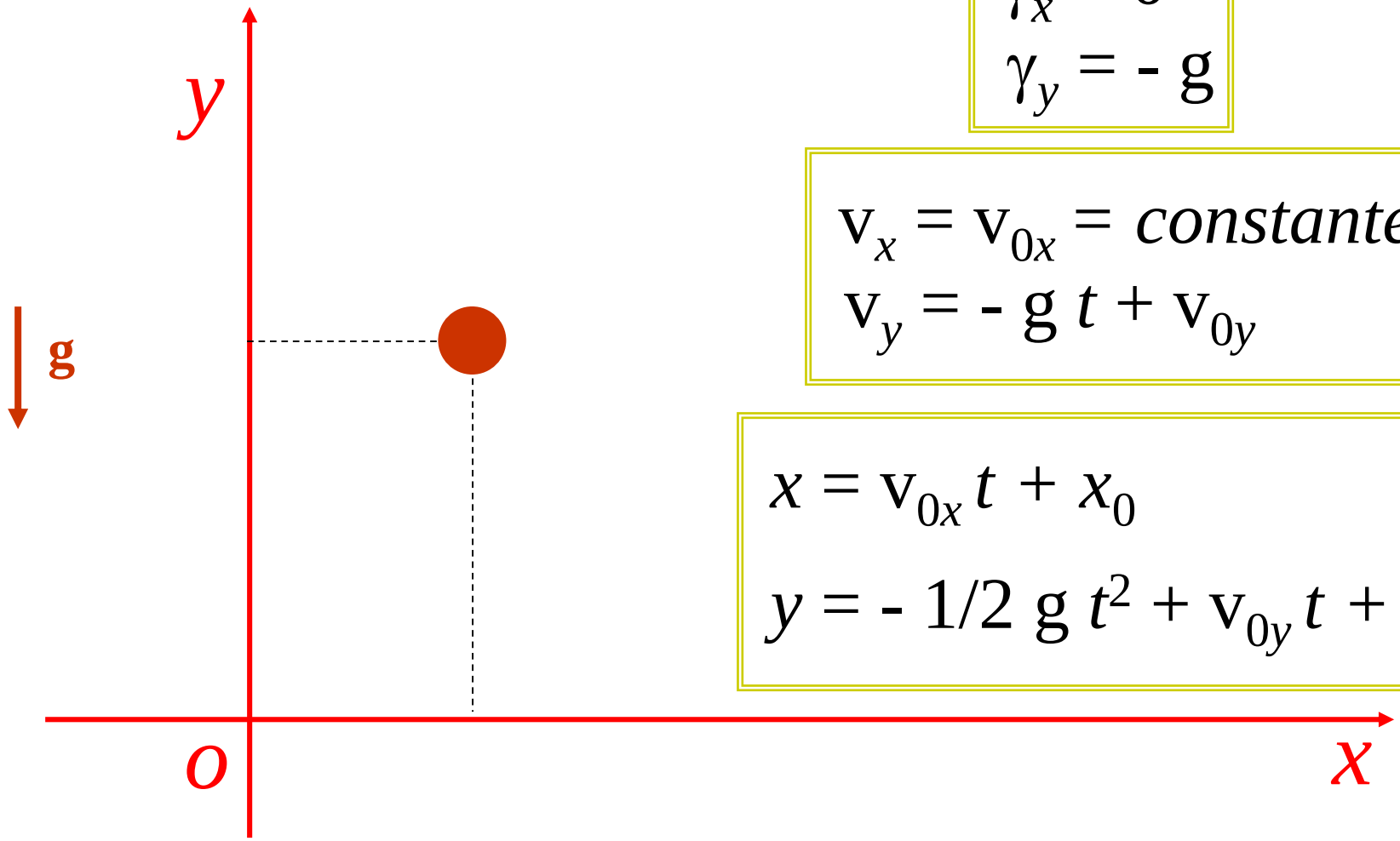
$$\vec{p} = m\vec{\gamma} = m\vec{g}$$

Donc: $\vec{\gamma} = \vec{g}$ = vecteur constant



Surface de la Terre
(gravitation uniforme)

Un peu de mathématiques:



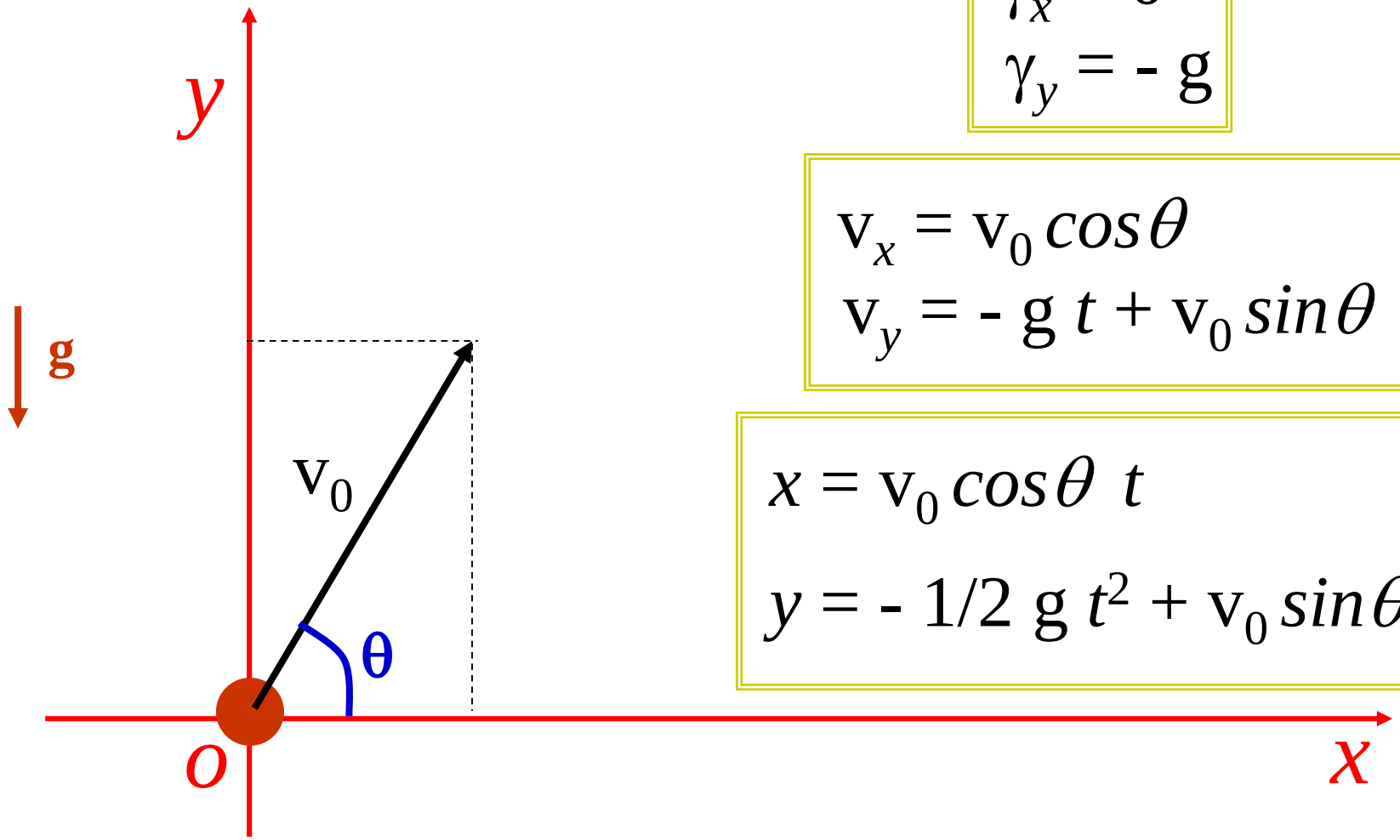
$$\gamma_x = 0$$
$$\gamma_y = -\,g$$

$$v_x = v_{0x} = \textit{constante}$$
$$v_y = -\,g\,t + v_{0y}$$

$$x = v_{0x}\,t + x_0$$

$$y = -\,1/2\,g\,t^2 + v_{0y}\,t + y_0$$

Si à t=0, on suppose $x = y = 0$ et $v_x = v_0 \cos\theta$, $v_y = v_0 \sin\theta$,



$$\gamma_x = 0$$
$$\gamma_y = -\,g$$

$$v_x = v_0 \cos\theta$$
$$v_y = -\,g\,t + v_0 \sin\theta$$

$$x = v_0 \cos\theta\ t$$

$$y = -\,1/2\ g\ t^2 + v_0 \sin\theta\, t$$

On peut facilement montrer que la trajectoire est une parabole.

$$t = x / (v_0 \cos\theta)$$

$$y = -\tfrac{1}{2}\, g\, x^2 / (v_0 \cos\theta)^2 + v_0 \sin\theta\, x / (v_0 \cos\theta)$$

$$y = -\tfrac{1}{2}\, g /(v_0 \cos\theta)^2\, x^2 + \tan\theta\, x$$

De la forme: $y = a\, x^2 + b\, x$, qui est l'équation d'une Parabole:

$y = [- ½ \ g /(v_o cos\theta)^2 \ x + \ tg\theta \ ] \ x$

y s'annule pour deux valeurs de x ; $x = 0$

et $x = 2 \ tg\theta \ (v_o \ cos\theta)^2 /g \ = \ 2 \ sin\theta \ cos\theta \ v_o^2 /g = sin(2\theta) v_o^2 /g = OP$

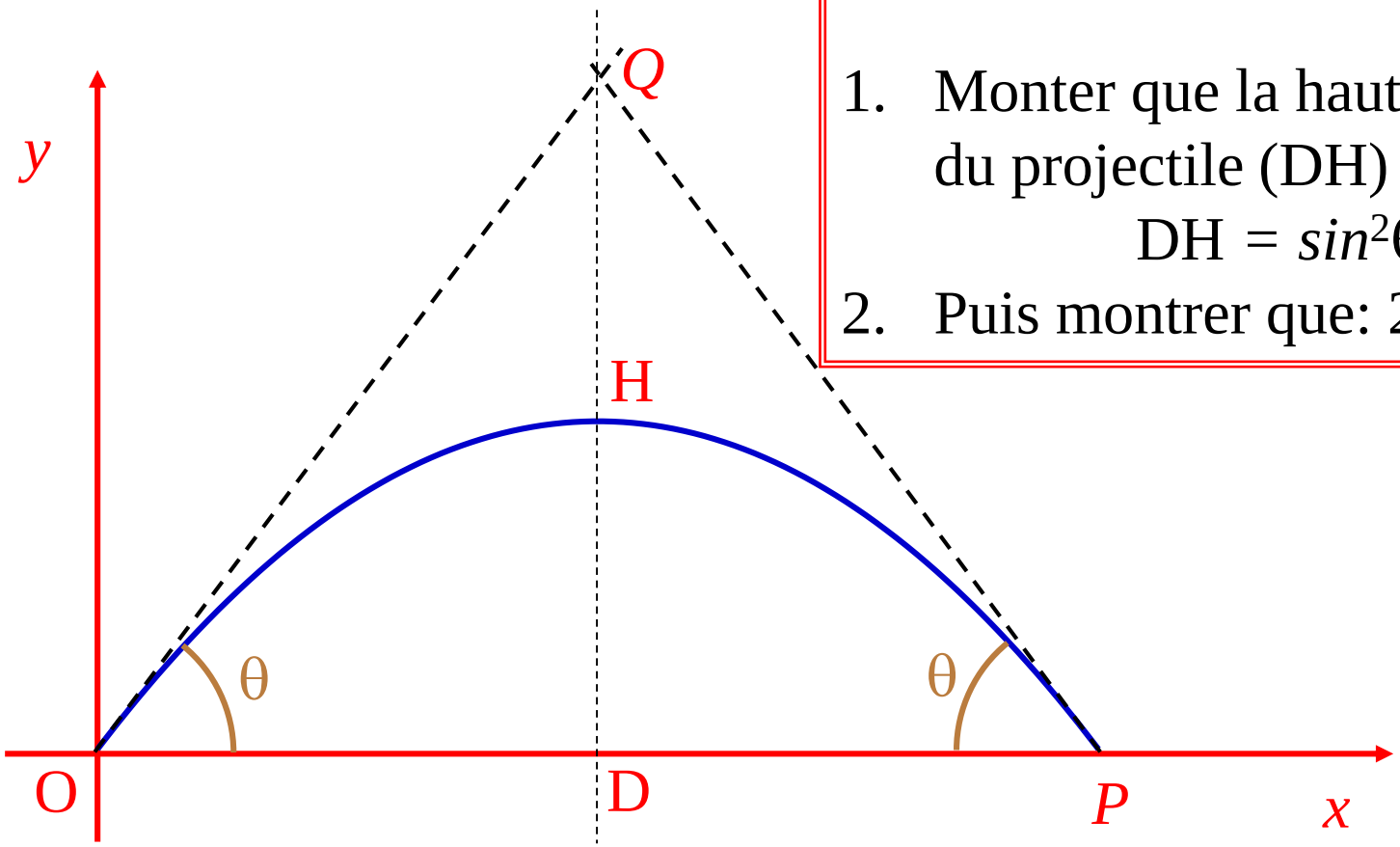
La distance OP est la portée.

Devoir N°4

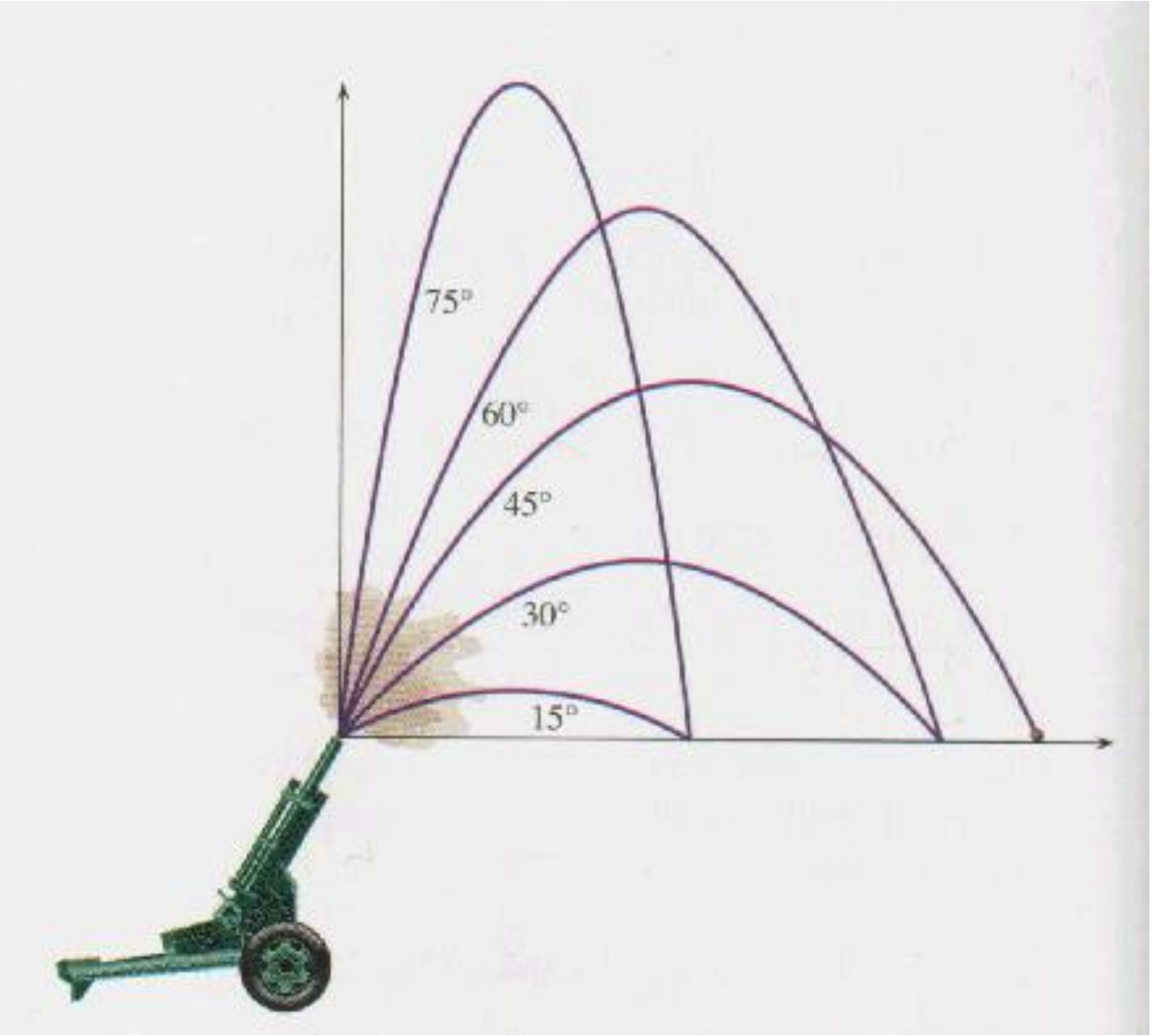
1. Monter que la hauteur maximale du projectile (DH) est:

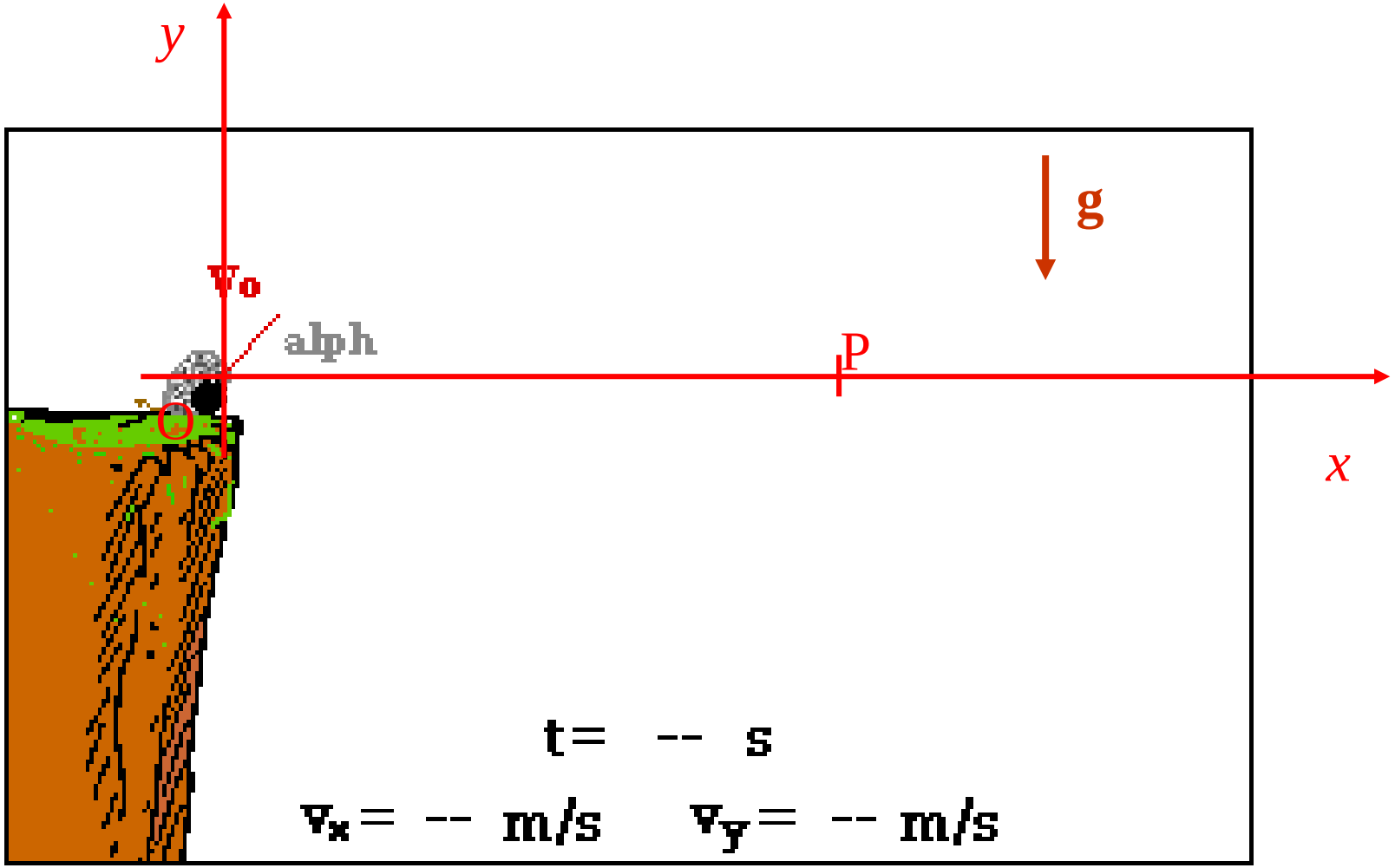
   $DH = sin^2\theta \ v_o^2 /2g$

2. Puis montrer que: 2 DH= DQ



OP = $sin(2\theta)v_o^2/g$, donc θ et $(\pi/2 - \theta)$ donnent la même portée.





Le mouvement selon x est uniforme de vitesse v_x = 60 m/s

Le mouvement selon y est uniformément varié d'accélération g.

OP = 12 × 60 = 720 m

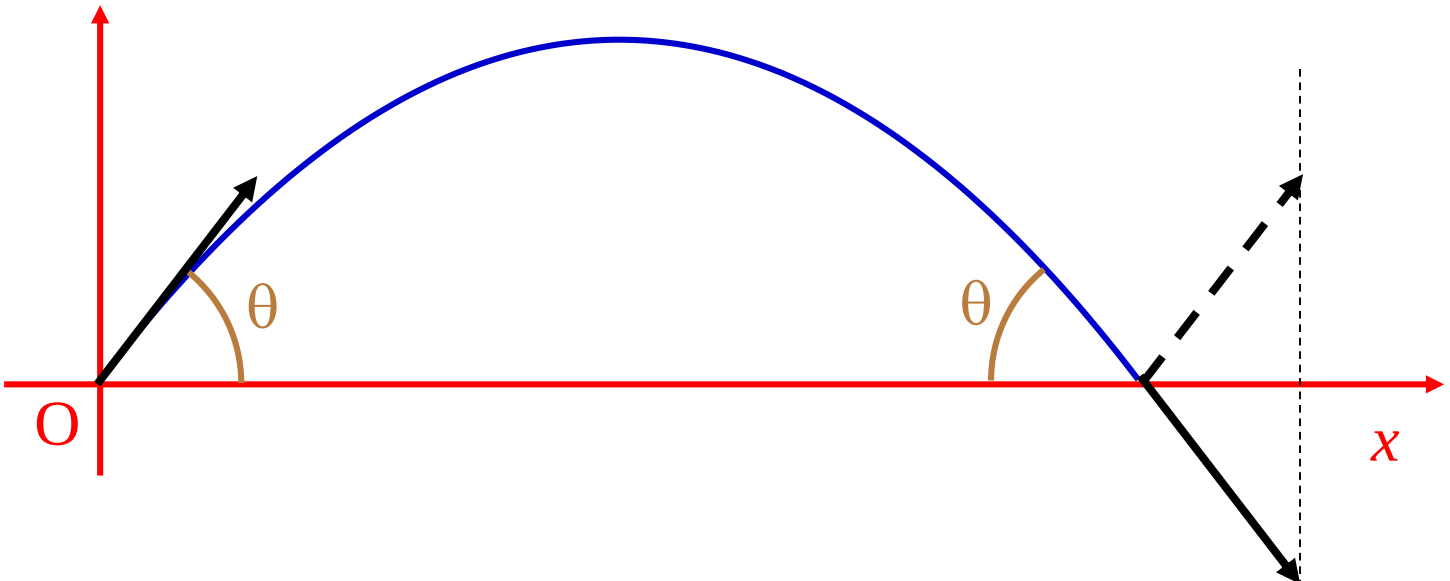
Combien de temps pour atteindre P ?

$$t = OP/v_x = 2\, sin\theta\, cos\theta\, v_o^2 /g /(v_o\, cos\theta)$$
$$t = 2\, sin\theta\, v_o/g$$

Que peut on dire la vitesse d'impact en P ?

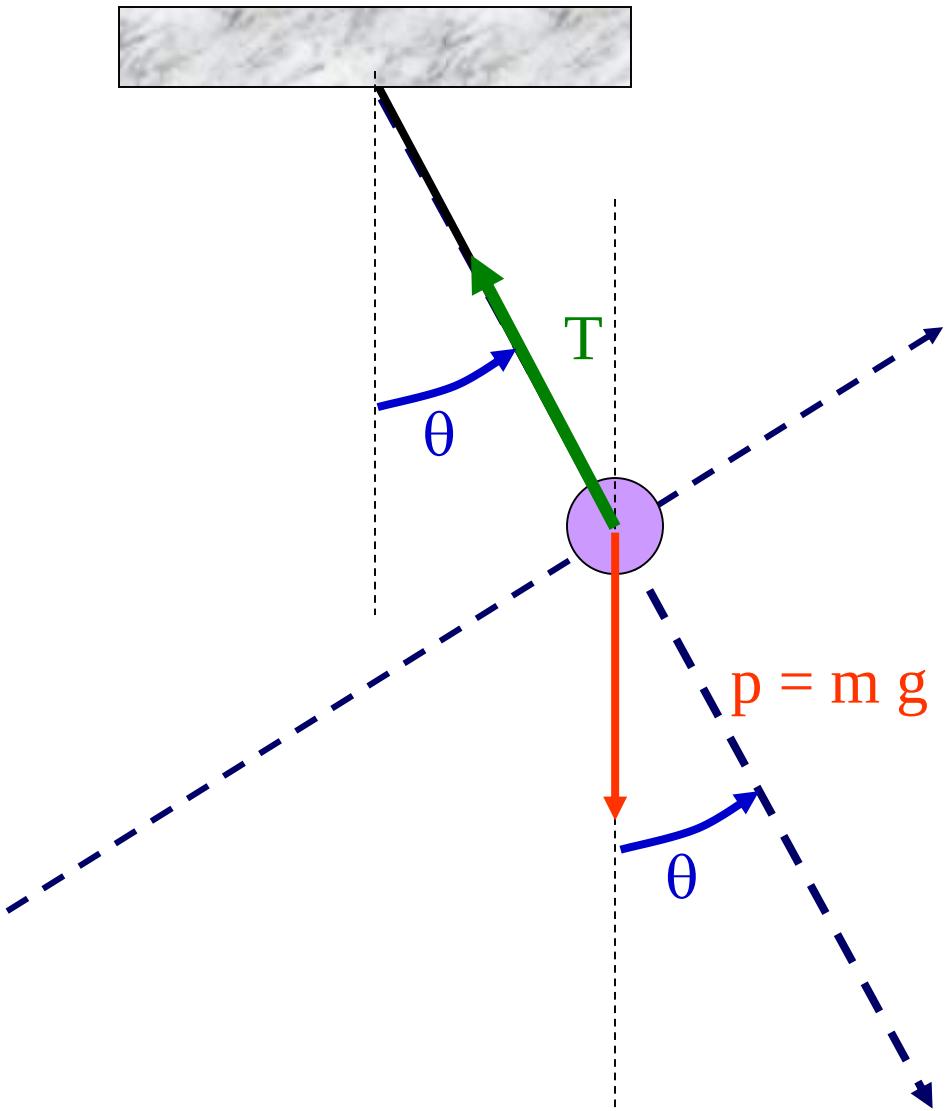
$$v_x = v_o\, cos\theta$$

$$v_y = - g\, t + v_o\, sin\theta = - g\, (2\, sin\theta\, v_o/g) + v_o\, sin\theta = - v_o\, sin\theta$$



Le pendule simple

de masse *m* et de longueur *l*



$$\vec{p} + \vec{T} = m\,\vec{\gamma}$$

$$m\,g\cos\theta - T = -\,m\,\gamma_n$$

$$-\,m\,g\sin\theta = m\,\gamma_t$$

$$\text{Donc: } -\,g\sin\theta = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{Avec: } v = l\,\frac{d\theta}{dt} = l\,\dot{\theta}$$

$$\text{Et donc: } \boxed{\ddot{\theta} + g/l\ \sin\theta = 0}$$

$$\ddot{\theta} + g/l \ \sin\theta = 0$$

$\sin(1{,}00 \text{ rad}) = \sin(57{,}3°) = 0{,}8415$

$\sin(0{,}50 \text{ rad}) = \sin(28{,}65°) = 0{,}4794$

$\sin(0{,}25 \text{ rad}) = \sin(14{,}32°) = 0{,}2473$

$\sin\theta \approx \theta$ pour $\theta < 10°$



$$\ddot{\theta} + g/l \ \theta = 0$$

Une équation connue dont la solution est Périodique de pulsation ω:

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega t) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = g/l$$

Où $\omega = 2\pi/T$

La période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pour l = 1 m et sachant que g = 9,8 ms^{-2}

T = 2,00 s

Un pendule de 25 cm de long oscille avec une Période de 1,00 s.