USTO-MB
M2 RSID SFS 2021
Latifa.dekhici@univ-usto.dz

# Chapitre 2 Les Attributs de SFS : FMD (Partie I)

## Introduction

Après avoir vu dans le chapitre 1 les elements en général de SFS qui sont : Les entraves ,Les moyens et les attrbuts; nous abordons dans ce chapitre en détail certaines techniques d'estimation quantitative des attributs en particuliers les attributs FMD (fiabilité, maintenabilité et disponibilité)

## 1. Fiabilité (reliability R)

### 1.1. définition

La fiabilité est la probabilité pour qu'une entité puisse accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné $[t_1,t_2]$; que l'on écrit : $R[t_1,t_2]$. On s'intéresse à une durée et pas à un instant. Par hypothèse le système fonctionne à l'instant initial, le problème est de savoir pour combien de temps. En général $[t_1 = 0]$ et on note $R(t)$ la fiabilité.

### 1.2. Défiabilité (fonction de défaillance)

$$\boxed{F(t)=1-R(t)}$$

### 1.3. Temps moyen de bon fonctionnement (MTBF)

Le MTBF (Mean Time Between Failure) est souvent traduit comme étant la moyenne des temps de bon fonctionnement mais représente la moyenne des temps entre deux défaillances. En d'autres termes, Il correspond à l'espérance de la durée de vie t.

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t)$$

Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps

| |
|---|
| MTBF= Σ temps de bon fonctionnement entre n défaillances / nombre de n maintenances nécessaires ou de défaillances |

Donc si après n défaillances on désigne:

$\tau_i$ : Le temps du bon fonctionnement de l'équipement.

$\tau_{ir}$ : Le temps de réparation de l'équipement.

Le M.T.B.F ne considère pas les temps d'arrêt et de réparation et il est donnée par :

$$\text{MTBF} = T = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\tau_i$$

Exemple : un routeur a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7 ; 22 ; 8,5 ; 3,5 et 9 heures. Déterminer son MTBF.

$$MTBF = \frac{8000-(7+22+8{,}5+3{,}5+9)}{5} = 1590\ heures$$

### 1.4. Taux de défaillance instantané λ

C'est la probabilité ($0 \leq R \leq 1$) ; un produit doit accomplir de manière satisfaisante une fonction requise, sous des conditions données et pendant une période de temps donné.
L'écriture mathématique du taux de défaillance à l'instant t, noté $\lambda(t)$
Si ce taux est constant $\lambda$ au lieu de $\lambda(t)$, il peut être estimé, au lieu d'utiliser la probabilité ,par 1 /Temps moyen de bon fonctionnement MTBF.

$$\boxed{\lambda = 1/MTBF}$$

Exemple :Déterminer λ du routeur précédent s'il est supposé constant

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} = 6.289.10^{-4}\,défaillances/heures$$

conditions. Le premier composant tombe en panne, de manière irréparable, après 65 h de fonctionnement, le deuxième après 115 h, le troisième après 135 h le composant quatre après 340 h, le composant 5 après 535 h, les trois autres composants continuent de fonctionner normalement

$$\lambda = \frac{5}{65 + 115 + 135 + 341 + 535 + 550 + 550 + 550} = \frac{5}{2840} = 0.00171 = 1{,}71^{-3}\text{pannes/heure}$$

### 1.5. Evaluation de la fiabilité R

#### 1.5.1. par les statistiques

Pour évaluer des systèmes d'"une certaine marques (exemple des PC portables) , on étudie un échantillon d'une taille importante.

| |
|---|
| R(t)=nbr des systèmes d'échantillon n'ayant pas défaillit depuis t=t-dt=0/ nbr total des systèmes(taille de l'échantillon) |

#### 1.5.2 par une loi probabiliste

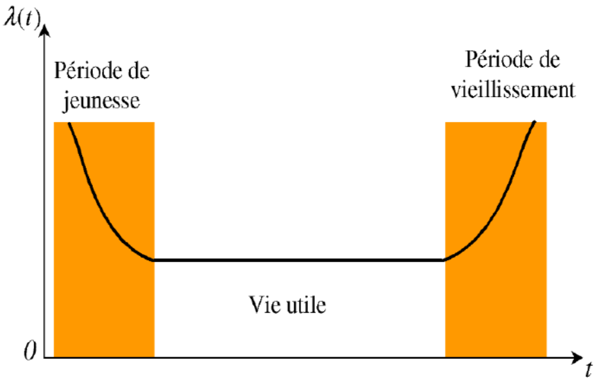
Il existe plusieurs lois pour évaluer la fiabilité en fonction des taux , telles que la loi exponentielle , loi de poisson …etc.

La loi exponentielle de R est :

$$\boxed{R(t) = e^{-\lambda . t}}$$

### 1.6. Cycle de vie d'un système

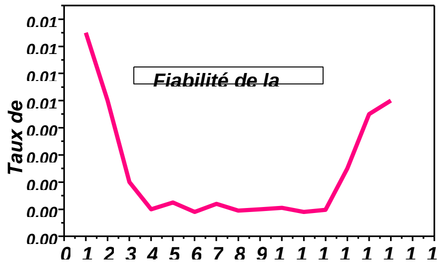
L'évolution du taux de défaillance d'un produit pendant toute sa durée de vie est caractérisée par ce qu'on appelle en analyse de fiabilité la courbe en baignoire.
Le taux de défaillance est élevé au début de la vie du dispositif.
Ensuite, il diminue assez rapidement avec le temps (taux de défaillance décroissant), cette phase de vie est appelée période de jeunesse.
Après, il se stabilise à une valeur qu'on souhaite aussi basse que possible pendant une période appelée période de vie utile (taux de défaillance constant). A la fin, il remonte lorsque l'usure et le vieillissement font sentir leurs effets, c'est la période de Vieillissement (taux de défaillance croissant)




**Exemple** :

On étudie un réseau après 16500 heures. Pendant cette période, le réseau a cumulée 218 arrêts. Les données sont résumées dans le tableau ci-dessous. On veut savoir quelle est l'évolution de la fiabilité du réseau et sa phase d'usure en fonction des intervalles d'arrêts.

| heures | MTBF | Taux de défaillance |
|---|---|---|
| 1000 | 66.7 | 0.015 |
| 2000 | 100 | 0.01 |
| 3000 | 250 | 0.004 |
| 4000 | 500 | 0.002 |
| 5000 | 400 | 0.0025 |
| 6000 | 555.6 | 0.0018 |
| 7000 | 416.7 | 0.0024 |
| 8000 | 526.32 | 0.0019 |
| 9000 | 500 | 0.002 |
| 10000 | 476.2 | 0.0021 |
| 11000 | 555.6 | 0.0018 |
| 12000 | 512 | 0,001953125 |
| 13000 | 200 | 0.005 |
| 14000 | 111.1 | 0.009 |
| 15000 | 100 | 0.01 |




**Solution :**

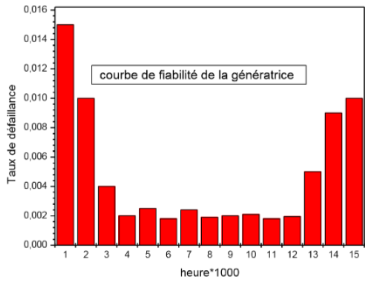



***Figure: Fiabilité de la génératrice et courbe en baignoire***

On constate que le réseau commence à se dégrader à partir de 12000=12*1000 heures de fonctionnement. Le comportement en baignoire du taux de défaillance est signe d'un fonctionnement plus au moins normal.

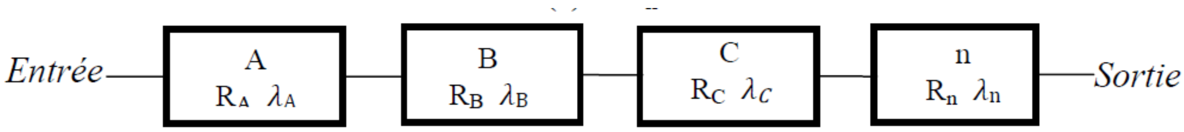
USTO-MB
M2 RSID SFS 2021
Latifa.dekhici@univ-usto.dz

### 1.7. Fiabilité de système constitué de plusieurs composants

#### 1.7.1. En série

La fiabilité $R_S$ d'un ensemble de n constituants connectés en série est égale au produit des fiabilités respectives $R_A$, $R_B$, $R_C$, $R_n$ de chaque composant.

| $R_S = R_A * R_B * R_C * ... * R_n$ |
|---|




Avec plus de détails ; on peut calculer le lambda global en fonction de MTBF(S) du système.

$$R(s) = ( e^{-\lambda_A t})* ( e^{-\lambda_B t})* ( e^{-\lambda_C t})* \dots ( e^{-\lambda_n t})$$

$$MTBF(s) = \frac{1}{\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \dots + \lambda_n}$$

**Exemple 1 :**
Soit une machine constituée de quatre composants connectés en série, une alimentation RA=0.95, une partie récepteur RB=0.92 ; un amplificateur RC=0.97 et haut parleur RD= 0.89 ; déterminer la fiabilité RS de l'appareil.
RS= RA. RB .RC. RD=0.95x 0.92x0.97x0.89=0.7545 (soit une fiabilité de 75% environ)
**Exemple** 2 :

Soit une imprimante constituée de 2000 composants montés en série supposés tous de même fiabilité, très élevée R= 0.9999,

a) Déterminer la fiabilité de l'appareil.

R(s)= $R^n = 0.9999^{2000} = 0.8187$ (soit une fiabilité de 82 % environ

b) Si on divise par deux le nombre des composants
R(s)= $R^n = 0.9999^{1000} = 0.9048$ (environ 90.5%)

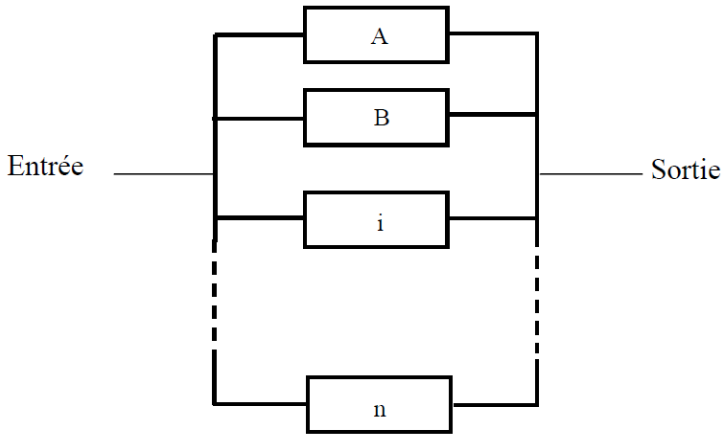
c)Si on souhaite avoir une fiabilité de 90 % pour l'ensemble des 2000 composants montés en série, déterminons la fiabilité que doit avoir chaque composant.
Equation : RS= $0.9000 = R^{2000}$

Expression que l'on peut écrire, à partir des logarithmes népériens sous la forme
$LnR_S = Ln0.9 = 2000.\ln R$

D'où R=0.999945

#### 1.7.2. en parallèle

La fiabilité d'un système peut être augmentée en plaçant les composants en parallèle.




Un dispositif constitué de **n** composants en parallèle ne peut tomber en panne que si les **n** composants tombent en panne au même moment. La fiabilité Rs du système est calculé en fonction de la défiabilité de chaque composant i, Fi=1-Ri par :

$$\boxed{Rs=1-\Pi(1-R_i)=1-((1-R_1)\ (1-R_1)\ (1-R_2)\ ..(1-Ri)...\ (1-Rn))\ ,\ i=1..n}$$

**Exemple :**

Trois routeurs A, B et C de même fiabilité(homogènes) $R_A= R_B= R_C=0.75$ sont connectés en parallèle

**a)** Déterminons la fiabilité la fiabilité de l'ensemble

**Rs=1-(1-0 ,75)³=0,984**

**b)** Quel nombre de routeurs en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale de 0,999 (99,9%)

Rs=0,999

D'où **$1-(1-0,75)^n=$**0,999 donc $0,25^n=0,001$

En utilisant les logarithmes népériens

N ln(0,25)=ln(0,001)

N=4,9

Ce qui implique d'avoir au moins 5 routeurs en parallèle

**c)** Si on souhaite avoir une fiabilité globale de 99% avec trois routeurs seulement en parallèle, quelle devrait être la fiabilité R de chacun de ces dispositifs:

0,99=**$1-(1-Rx)^3$**

D'où **$(1-Rx)^3$**=0,01

En appliquant la racine cube des deux coté u le logarithme ln

Au minimum Rx=0,7846=78,46%

#### 1.1.1. En parallèle où m composants sur les n sont nécessaires au succès du système

Si on suppose que le système se compose de n composants K, tous de même fiabilité R, et qu'il doit y avoir au moins deux composants en état de fonctionnement, la fiabilité de l'ensemble est donnée par :

$$R_S = \sum_{i=m}^{n} \left(\frac{n!}{i!(n-i)!}\right) R^i (1-R)^{n-i}$$

**Exemple** :

Cas avec trois composants K avec un minimum de deux composants actifs sur les trois disponibles au départ. On tolère que le système de défaillance d'un seul composant sur les trois. Il doit y avoir au moins deux composants en fonctionnement ou en activité pour accomplir la mission, la relation précédente donne avec n=3 et m=2

$$R_S = R^3 + 3R^2(1-R) = 3R^2 - 2R^3$$

Exemple 2 :

cas avec quatre composants K en parallèle avec un minimum de deux composants actifs sur les quatre composants disponible au départ. On peut tolérer que le système de défaillance de deux composants sur les quatre. Il doit y avoir au moins deux composants en fonctionnement ou en activité pour accomplir la mission, la relation précédente donne avec n=4 et m=2

$$R_S = R^4 + 4R^3(1-R) + 6R^2(1-R)^2 = 3R^4 - 8R^3 + 6R^2$$