



Ex1 (4 pts)

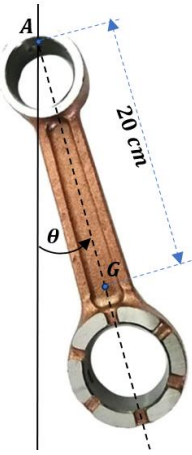
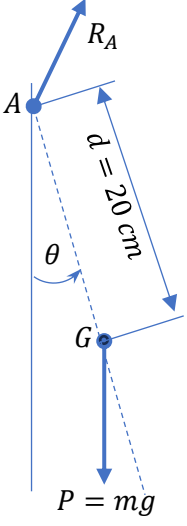
Pour déterminer le moment d'inertie expérimental de la bielle de moteur, nous avons mesuré le temps nécessaire pour effectuer 100 oscillations autour d'un axe A situé à 20 cm du centre de gravité G . La masse de la bielle est de 3 kg . Les mesures expérimentales ont donné un temps de 1 minute et 39,5 secondes pour ces 100 oscillations. Calculer le moment d'inertie I_G .

Solution :

Données :

$m = 3\text{ kg}$ masse de la bielle

$d = 20\text{ cm}$ distance entre l'axe de rotation A et le centre de gravité G .

			Les forces appliquées	Les moments par rapport au centre de rotation A
Le poids			$P = mg$	$\mathcal{M}_{P/A} = -mg \times \overline{OG} \sin \theta$ $\mathcal{M}_{P/A} = -mgd \sin \theta$
La réaction du support			R_A (Inconnue)	$\mathcal{M}_{R/A} = 0$

L'équation de mouvement libre

L'application de la loi de la dynamique

$$+\mathcal{U} \mathcal{M}_{f_i/A} = I_A \ddot{\theta}$$

I_A est le moment d'inertie massique par rapport à l'axe de rotation passant par A .

$$-mgd \sin \theta = I_A \ddot{\theta}$$

$$I_A \ddot{\theta} + mgd \sin \theta = 0$$

Pour θ faible $\sin \theta \approx \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{I_A} \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \omega_n^2 \theta = 0$$

■



avec ω_n est la pulsation propre

$$\omega_n^2 = \frac{mgd}{I_A}$$

$$I_A = \frac{mgd}{\omega_n^2}$$

$$\omega_n = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$I_A = \frac{mgd}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{m \cdot g \cdot d \cdot T^2}{4\pi^2}$$
 ■

Le temps t de 100 oscillations est 1 minute et 39,5 secondes soit $t = 60 + 39,5 = 99,5$ secondes.

La période T d'une oscillation est :

$$T = \frac{t}{100} = \frac{99,5}{100} = 0,995 \text{ [s]}$$

$$I_A = \frac{m \cdot g \cdot d \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$I_A = \frac{3 \cdot 9,8 \cdot 0,20 \cdot (0,995)^2}{4\pi^2} = 0,1475 \text{ kg m}^2.$$
 ■

En appliquant le théorème des axes parallèles (théorème de Huygens).

$$I_A = I_G + md^2$$

I_G est le moment d'inertie massique par rapport à l'axe de rotation passant par G centre de masse.

$$I_G = I_A - md^2$$

$$I_G = 0,1475 - 3 \cdot (0,20)^2 = 0,0275 \text{ kg m}^2$$
 ■