

Exercice 1 :

Calculer la transformée inverse en Z des fonctions suivantes :

a) $X(z) = \frac{2z^2 + 2z}{z^2 + 2z - 3}$

b) $Y(z) = \frac{1}{z^2(z - 0.5)}$

c) $G(z) = \frac{11z^2 - 15z + 6}{(z - 2)(z - 1)^2}$

Exercice 2 :

Calculer la transformée inverse en Z des fonctions suivantes :

1) $X(z) = \frac{2z}{z^2 - 1}$

2) $G(z) = \frac{(1 - e^{-aT})z}{(z - 1)(z - e^{-aT})}$

3) $Y(z) = \frac{1}{z^2(z - 1)}$

Exercice 3 :

Résoudre l'équation aux différences suivantes (Trouver $y(k)$) :

$$y(k + 2) + \frac{1}{4}y(k + 1) - \frac{1}{8}y(k) = 3r(k + 1) - r(k)$$

Avec comme entrée $r(k) = (-1)^k u(k)$; $u(k)$ échelon unitaire

Et conditions initiales $y(-1) = 5$; $y(-2) = -6$

Exercice 4 :

On souhaite modéliser l'évolution du cheptel d'un éleveur de bovins. Soit :

$x1(k)$: le nombre de vaches de 1 an,

$x2(k)$: le nombre de vaches de 2 ans,

$x3(k)$: le nombre de vaches de 3 ans et plus,

Ces valeurs représentant des nombres moyens au cours de l'année k .

Les vaches de 1 an ne se reproduisent pas. Les vaches de deux ans produisent en moyenne 0.8 veau par an, celles de trois ans et plus 0.4 veau par an. D'autre part, seules celles de trois ans et plus meurent de causes naturelles avec un taux moyen de 30 % par an.

Enfin l'éleveur s'autorise à acheter ou vendre uniquement des vaches de trois ans et plus. Soit $u(k)$ le nombre de vaches achetées ($u(k) > 0$) ou bien vendues ($u(k) < 0$) au cours de l'année k .

1. Etablir les équations récurrentes de ce système en prenant pour sortie $y(k)$ le nombre total de vaches au cours de l'année k .
2. En déduire la fonction de transfert $\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{z^2(z-1)}$
3. En déduire l'équation récurrente qui relie uniquement les entrées et les sorties du système.