Exercice1 : Déterminer le matrices représentatives des applications linéaires relativement aux bases canoniques .

1. $\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ & & (x,y,z) & \mapsto & (x,0) \end{array}$ **2.** $\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ & & (x,y) & \mapsto & (x+2y) \end{array}$;

3. $\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^4 \\ & & (x,y) & \mapsto & (x-y,x,-2y,x+y) \end{array}$ **4.** $\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^3 \\ & & x & \mapsto & (x,-x,5x) \end{array}$

Exercice2 : Soient les matrices suivantes :

$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; :$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Déterminer les éléments (i ; j) tels que la somme $A_i + A_j$ et le produit A_iA_j soient possibles.
2. Calculer $A_1 + A_4$; $A_4 + A_1$; A_1A_4 ; A_4A_1 ; $A_1.I_3$ (I_3 est la matrice unité) .
3. Calculer le produit $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ -Conclure .
4. Soients les matrices A=$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ et B=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

   a)- Trouver une matrice C telle que $2A - 2B - C = 0$
   b)- Trouver une matrice D telle que $A + B + C - 4D = 0$

Exercice 3 : Calculer les déterminants des matrices suivantes :

A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; B=$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$;C=$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; **-**Calculer det(^tB) et tr C.

Exercice4 : -Pour chacune des matrices A suivantes, déterminer son rang :rg(A)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice5 : Une entreprise fabrique des manteaux .Ces manteaux sont composés de tissu rouge ,de tissu bleu et d'une doublure noire .Le tableau suivant résume les mètres carrés de chaque tissu nécessaires à la confection du manteau en tailles S,M,L,XL

	S	M	L	XL
Tissu rouge	0.4	0.5	0.6	0.7
Tissu bleu	1	1.1	1.2	1.3
Doublure	1.5	1.7	1.9	2.1

Chaque tissu est tissé à l'aide de plusieurs fils : coton , polyester et polyamide .Le tableau suivant résume les mètres de fil de chaque type nécessaires par mètre carré de tissu

	Tissu rouge	Tissu bleu	Doublure
Coton	500	400	1000
Polyamide	1000	900	700
Polyester	500	600	0

L'entreprise veut produire s manteaux taille S, m manteaux taille M, l manteaux taille l et x manteaux taille XL.Quelle quantité de fil de chaque catégorie doit elle commander (utiliser le langage des matrices).

Exercice6 : On considère la matrice $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

1. Montrer que M est inversible
2. Déterminer M^{-1} en utilisant les cofacteurs
3. Déterminer M^{-1} en utilisant la méthode de Gauss Jordan.
4. Mêmes questions pour $M_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

Exercice7 : Soit f l'application linéaire définie par :

$$\begin{array}{rccl} f & : & \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & & (x,y,z) & \mapsto & f(x,y,z) = (2x+y+z, x+2y+z, x+y+2z) \end{array}$$

1. Écrire la matrice associée à f relativement à la base canonique B de $\mathbb{R}^3$
2. On considère une nouvelle base B' de $\mathbb{R}^3$,$B' = \{u_1(1,-1,0), u_2(1,0,-1), u_3(1,1,1)\}$

   a- Montrer que B' est une base de $\mathbb{R}^3$.

   b- Déterminer la matrice de passage P de B à B' et calculer P^{-1}.

   c- Écrire la matrice associée à f dans la base B'.

Exercice8 : Soit le système :

$$\begin{cases} -x+y+z = 1 \\ x-y+z = 2 \\ x+y-z = -1. \end{cases}$$

Écrire le système précédent sous la forme matricielle AX = B et trouver l'inverse de A En déduire la solution du système donné

Exercice9 : Déterminer le rang des systèmes suivants et les résoudre.

$$\begin{cases} 2x+y = a \\ 3x-y = b \end{cases} ; \begin{cases} x+y+z = 2 \\ 2x+y-3z = 7 \\ 2y+z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} 2x-y-3z = 0 \\ -x+2z = 0 \\ 2x-3y-z = 0 \end{cases}$$