Les Puissances Électriques

USTO-MB Science et la Technologie

Larbi Mohamed Elamine

1.0

Table des matières

Introduction

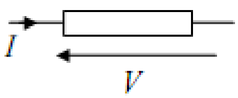
I

En physique, une puissance représente une quantité d'énergie par unité de temps. Son unité est le *Watt (1W = 1J/s)*. **En règle générale, la puissance qui motive les systèmes de conversion d'énergie est la puissance moyenne des systèmes, on l'appelle aussi** *"puissance active"*.

Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d'ailleurs souvent d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances.

Outre la définition théorique de la puissance dite *"active"*, **on retiendra la formulation pratique énoncée ci dessous et faisant apparaître directement la notion de** *"facteur de puissance"* **:**

Un dipôle électrique placé sous une tension de valeur efficace *V* **et parcouru par un courant de valeur efficace** *I* **consomme une puissance** *P (W)* **toujours inférieure ou égale au produit** *V.I*. **On écrit alors comme suit la formulation universelle de la puissance en convention récepteur :**



$$P = k.V.I \,, \quad \text{où } k \in [0,1]$$
P s'exprime en Watts (W)

Puissance exprime en Watts

Le facteur *k* **est appelé "facteur de puissance" et joue un rôle déterminant en électrotechnique.**

Cette formulation, où la puissance est positive est établie en convention récepteur:

- **P > 0 correspond à une puissance consommée par le dipôle.**

Par symétrie on statue, toujours en convention récepteur, que

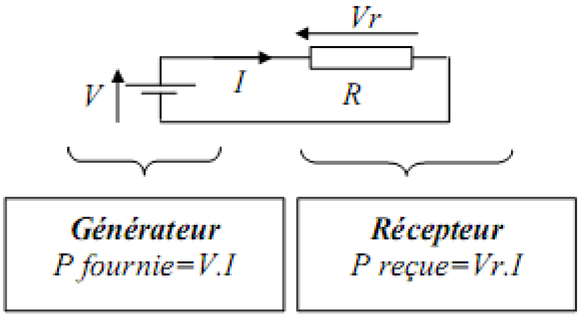
- **P < 0 correspond à une puissance fournie par le dipôle**

Remarque

En convention générateur c'est évidemment l'inverse

Puissance électrique en régime continu

Le régime continu représente le cas le plus simple de calcul de puissance électrique puisque le facteur de puissance vaut *1*. **Le seul récepteur passif étant la résistance, on peut résumer ce calcul sur le schéma ci-dessous.**



régime continu

Comme l'énergie (et donc la puissance) ne se perdent pas (on dit qu'elles sont conservatives), l'énergie produite est égale à l'énergie consommée.

Donc : $P=V.I = VR.I = R.I^2$ **puisque** $VR= RI$ **aux bornes de la résistance.**

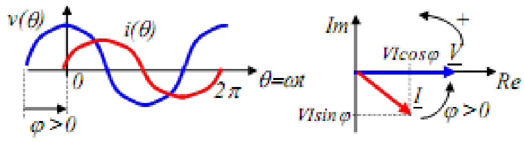
Puissance électrique en alternatif sinusoïdal

III

En alternatif sinusoïdal, les grandeurs dépendent du temps. On considère le cas général le plus répandu en électrotechnique d'un dipôle inductif, c'est à dire d'un courant déphasé en arrière d'un angle φ par rapport à la tension :

$v(t) = Vmax.cos(\omega)$

$i(t) = Imax.cos(\omega t -)$



Courant et tension déphasé

1. Puissance instantanée

On transpose en alternatif ce qui a été établi en continu en formant : $p(t) = v(t).i(t)$**.**

C'est à dire :

- $p(t) = Vmax.cos(\omega t).\ Imax.cos(\omega t -)$
- $p(t) = Vmax.\ Imax .cos()/2 + Vmax.\ Imax .cos(2\omega t -)/2$

en utilisant les tensions et courants efficaces :

$p(t) = V.\ I .cos() + V.\ I .cos(2\omega t -)$

2. Puissance active

C'est *la valeur moyenne* **de la puissance instantanée, c'est à dire :**

$P = \langle p(t)\rangle = V.\ I .cos$ (en W)

Remarque

On peut également considérer que la puissance active correspond au produit scalaire de V et de I. Laprojection de I sur V est donc la partie "active" du courant.

3. Puissance fluctuante

C'est la partie variable de $p(t)$ **:** $Pf(t) = V.\ I .cos(2\omega t -)$

4. Puissance apparente

Les grandeurs v(t) et i(t) étant périodiques, on les caractérise par leurs valeurs efficaces V et I.

On définit alors la puissance apparente comme la grandeur nommée S :

S = Veff.Ieff = V.I (en VA)

> *Remarque*
>
> *Cette puissance est souvent appelée "puissance de dimensionnement", elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est à dire des dimensions des appareillages*

5. Facteur de puissance

En alternatif sinusoïdal (uniquement), le facteur de puissance est défini comme la grandeur sans unité :

k = P/S = cos

> *Remarque*
>
> *cos [0,1]*

6. Puissance réactive

Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal. On définit la puissance réactive comme celle due à lapartie "réactive" du courant, c'est à dire à I.sin . Son unité est le Volt ampère Réactif (VAR).

On retiendra la formule de cette puissance qu'on nomme classiquement Q :

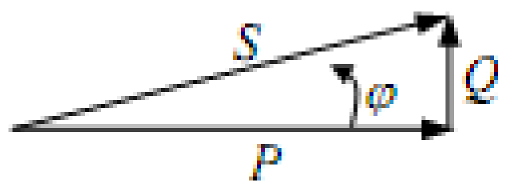
Q = V.I.sin (en VAR)

7. Relations entre P, Q est S

Notons que : *P = V. I .cos, Q = V.I.sin et S=V.I* **d'où:**

$P^2 + Q^2 = S^2$

Cette formulation fait apparaître une relation également graphique entre les différentes grandeurs. On parle alors de *triangle des puissances* **:**



Triangle des puissances

> *Remarque*
>
> *Le triangle des puissances est évidemment un triangle rectangle.*

D'autre part, on fait également apparaître la grandeur caractéristique :

tan=P/Q

Remarque

En régime sinusoïdal, il revient au même de considérer le facteur de puissance ou la valeur de tan.

Attention

Il est impératif de connaître par cœur les éléments apparaissant dans le tableau suivant qui résume ce qui précède :

$P = V.I.\cos\varphi$ où $U = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ et $I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

$S = V.I = P^2 + Q^2$

$Q = V.I.\sin\varphi$

$k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$ $\tan\varphi = \frac{Q}{P}$

Encadré valable uniquement en régime sinusoïdal

Les Puissances

Remarque

- *Il faut bien comprendre que ces formules, bien que très souvent rencontrées en électrotechnique, représentent un cas particulier de calcul de puissances en régime sinusoïdal pur.*
- *Le facteur de puissance , par exemple, souvent appelé directement " cos " n'est plus du tout égal à cette valeur dès lors que les tensions ou les courants ne sont pas sinusoïdaux.*

8. Puissance apparente complexe

Pour relier toutes ces grandeurs en régime sinusoïdal pur, on peut faire apparaître une grandeur de calcul : la *puissance apparente complexe* **, appelée** *S* **qu'on définit comme suit :**

*S = V.I** **(** *I** **est le complexe conjugué de** *I* **)**

Comme *I=I.exp(-j)=I.cos – j.I.sin*,

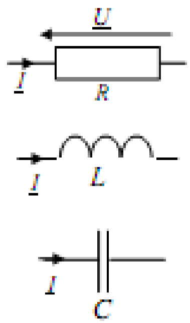
V.I=V.I.exp(+j)=VI.cos +j.V I.sin*

donc : *S = P + j.Q*

On retrouve également que : *S=|S|*.

On exprime dans le tableau ci dessous les puissances fournies par les différents récepteurs fondamentaux de l'électrotechnique, en régime alternatif sinusoïdal

Résistance	$\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^* = R.\underline{I}.\underline{I}^*$ $= R.I^2$ $= U^2/R$	$P = R.I^2 = U^2/R$	$Q = 0$
Inductance	$\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^* = jL\omega.\underline{I}.\underline{I}^*$ $= j.L\omega.I^2$ $= j.U^2/L\omega$	$P = 0$	$Q = L\omega.I^2$ $= U^2/L\omega$
Condensateur	$\underline{S} = \underline{V}.\underline{I}^* = \underline{V}.(-j.C\omega\underline{V})$ $= -jC\omega V^2$ $= -j.I^2/C\omega$	$P = 0$	$Q = -C\omega V^2$ $= -I^2/C\omega$



Les puissances des récepteurs fondamentaux

Remarque

On comprend par l'examen de ce tableau que les résistances sont les seuls récepteurs passifs à consommer de la puissance active, les inductances sont les seules à consommer de la puissance réactive et les capacités les seules à en produire.

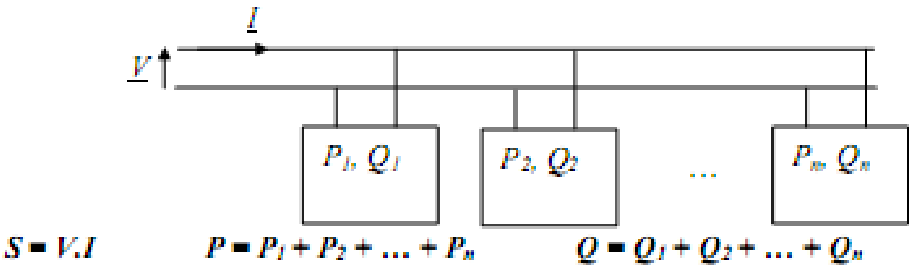
9. Théorème de Boucherot

Ce théorème s'écrit : *« La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. Cependant, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente»*

Remarque

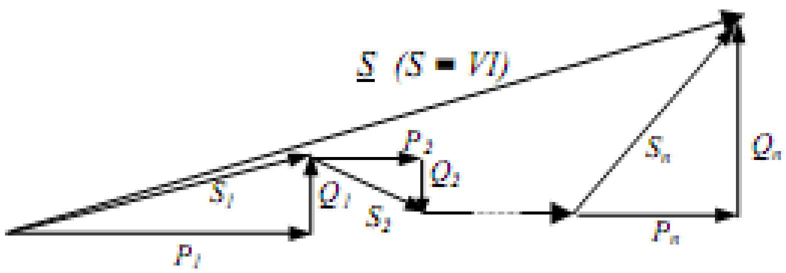
Ce théorème traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique évoquée dans l'introduction de ce cours.

On peut représenter le théorème de Boucherot par le schéma ci dessous qui fait apparaître *n* **charges consommant chacune sa puissance active et sa puissance réactive :**



Théorème de Boucherot

Ces relations apparaissent également dans la composition des *n* **triangles des puissances :**



n triangles

On constate bien sur cette construction que les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement sur les axes alors que la puissance apparente *S* **n'est pas égale, en valeur, à la somme des hypoténuses des triangles.**

En revanche, la puissance apparente complexe, représentée par le vecteur S est bien la somme vectorielle des puissances apparentes complexes des diverses charges.

On peut donc écrire :

$S \neq S1 + S2 + ... + Sn$ **alors que** $S = S1 + S2 + ... + Sn$

Attention

Le théorème de Boucherot est valable à fréquence constante Par ailleurs, en général : $S \neq V1.I1 + V2.I2 + ... + VnIn$

Puissances électriques en régime alternatif non-sinusoïdal

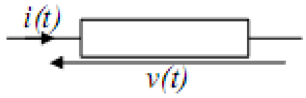
IV

En régime alternatif non sinusoïdal, il existe encore plusieurs types de puissances. Les éléments réactifs créent des déphasages entre les tensions et les courants (entre les composantes spectrales en fait, voir chapitre sur les harmoniques) ce qui justifie encore les notions de puissances *actives* **et** *réactives***.**

1. Puissance active

Pour un récepteur quelconque, alimenté par une tension quelconque *v(t)* **périodique de période** *T***, et traversé par un courant** *i(t)***, la puissance active ou moyenne s'écrit uniquement à partir de la formule :**

$$P = \langle p \rangle = \frac{1}{T}\int_{(T)} v(t).i(t).dt \quad (en\ W)$$



Formule de la puissance active

Cette puissance est uniquement due aux éléments dits actifs (résistances et éléments mécaniques), c'est à dire aux éléments qui consomment réellement de l'énergie.

2. Puissance apparente

Les grandeurs *v(t)* **et** *i(t)* **étant périodiques, on les caractérise toujours par leurs valeurs efficaces** *V* **et** *I***.**

On définit alors encore la puissance apparente comme la grandeur nommée *S* **:**

S = Veff.Ieff = V.I (en VA)

Il apparaît ainsi toujours une notion de *facteur de puissance* **qui s'écrit :**

k = P / S

3. Puissance réactive

On appelle encore *Q* **la puissance dit "***réactive***" sous certaines réserves : Elle n'est définie que par rapport aux sinusoïdes fondamentales (à la fréquence f) du courant et de la tension. S'il n'y a pas de déphasage ces grandeurs alors** *Q=0***.**

Remarque

La puissance réactive n'est définie qu'en régime sinusoïdal, il faut considérer la décomposition en sinusoïdes dites "harmoniques" des grandeurs. Pour cela, lire le chapitre sur les harmoniques.

4. Puissance déformante

On appelle *D* **la puissance dite "***déformante***". Cette puissance est liée à la présence d'harmoniques dans le courant ou la tension, c'est à dire au fait que l'un ou l'autre est non sinusoïdal. Si les courants et les tension sont sinusoïdaux, alors** *D=0***.**

On retiendra alors, dans le cas général, l'encadré suivant :

$$P = \langle p \rangle = \frac{1}{T}\int_{(T)} v(t).i(t).dt \qquad S = Veff.Ieff = V.I$$

Si le déphasage entre v_{fond} et i_{fond} est nul alors $Q=0$

Si v et i sont sinusoïdales, alors $D=0$

Formule générale qui relie les puissances :

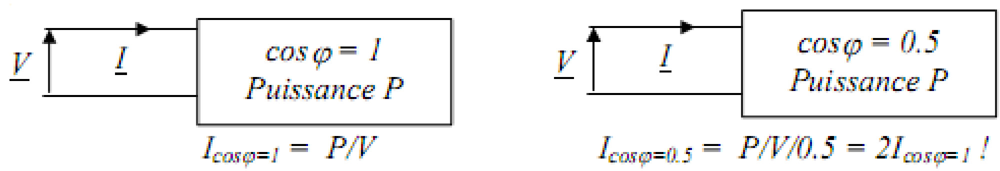
$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$$

Encadré valable dans n'importe quel régime

Formule générale qui relie les puissances

Problème du facteur de puissance et compensation de la puissance

La présence d'un facteur de puissance *<1* **dans une installation a une conséquence très négative: Le courant fourni pour produire cette puissance est surélevé par rapport au cas où le facteur de puissance est égal à** *1*. **L'exemple simple ci-dessous le confirme:**



Problème du facteur de puissance

En revanche, la tarification de l'énergie comptabilise uniquement la puissance active consommée. De ce fait, les deux utilisateurs ci-dessus payent la même facture, alors que le récepteur dont le *cos=0.5* **consomme deux fois plus de courant efficace.**

Ainsi, les sociétés de production d'énergie électrique surtaxent les utilisateurs dont le cos est *<0.8*, **de manière à pénaliser le sur-dimensionnement du réseau qu'implique la nécessité d'un courant trop grand.**

Quand une installation , ou un réseau électrique présente un *cos<0.8*, **il est nécessaire de modifier l'installation de manière à élever ce facteur. Étant donné que la grande majorité des installations sont plutôt inductives, c'est-à-dire que le** *cos<1* **est dû à la présence d'inductances dans les circuits, la manière la plus simple d'élever le** *cos* **est de placer une batterie de condensateurs en tête de l'installation. On appelle ça la compensation de l'énergie réactive.**

1. Compensation d'énergie réactive

Considérons l'impédance *Z = r.e(j)= R+jX*, **représentant une charge inductive** *(X >0)*, **ci contre.**

La puissance réactive correspondante est $Q = X.I^2$.

L'ajout d'un condensateur C en tête du circuit ne modifie pas la charge et ne rajoute aucune puissance active.

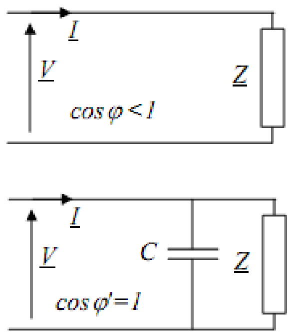
En revanche, *C* **produit de la puissance réactive et va donc donner un nouveau facteur de puissance :** *cos'*

On sait que $QC = -C\omega V^2$.

Le théorème de Boucherot apporte : $Qtot = Q + QC$.

La compensation de puissance réactive consiste à assurer *Qtot= 0* **c'est-à-dire à** *QC = Q et cos'=1*.

Le Condensateur à choisir a alors la valeur : $C = X.I^2/\omega V^2 = Q/\omega V^2$



Condensateur de compensation

Remarque

Pour ne pas sur-dimensionner inutilement les condensateurs, on a tendance à calculer leurs valeurs pour aboutir à cos=0.9 (0.92 pour EDF , soit tan=0.42).

Du coup il est intéressant de connaître la formule générale qui donne la valeur de la capacité en fonction du *cos* **et du** *cos'*.

On montre qu'en partant d'un *tan*, **la capacité permettant d'obtenir la valeur** *tan'* **est :**

$$C = \frac{P.(\tan\varphi - \tan\varphi')}{\omega V^2}$$

Formule de capacité du condensateur de compensation

Remarque

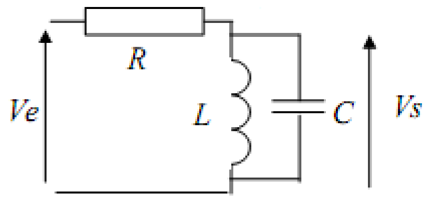
- *Cette façon de compenser l'énergie réactive s'appelle "compensation statique". Il existe une autre manière : la compensation par compensateur synchrone, c'est-à-dire par un alternateur sur ou sous excité synchronisé sur la tension réseau.*
- *Il est impossible, par ces procédés de compenser de la puissance déformante.*

Exercice : Exercice rédactionnel

VI

Exemple 1 : en sinusoïdal

Reprenons le circuit déjà utilisé plus haut, et calculons les expressions de la puissance active, réactive et apparente. En profiter pour calculer le facteur de puissance.



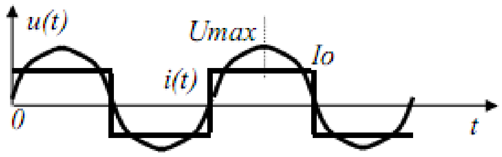
Exemple 1.1

Solution

Exemple 2 : en non sinusoïdal

On considère un récepteur inconnu qui, alimenté par une tension sinusoïdale à 50Hz, absorbe un courant en créneaux représenté ci après.

On demande alors les puissances active, réactive et apparente.



Non-sinusoïdale

Solution