

Exercice n°1 : (8 pts)

Durée	n_i	n_{iC}	e_i
[0,2[20	20	2
[2,4[40	60	2
[4,6[20	80	2
[6,12[20	100	6
[12,34[100	200	22

1. la classe médiane [12,34[car n_{5C} est le premier effectif cumulé supérieur à $N/2$

$$Me = 12 + \frac{\frac{N}{2} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i = 12 + \frac{200 - 100}{100} 22 = 12 \text{ min} \quad (1\text{pt})$$

2. le quartile Q_1 , $Q_1 \in [2,4[$ car $Q_1 = c_{25}$ (le 25^{ième} centile), $N\alpha/100 = N \cdot 25/100 = 50$ et $n_{2C} = 60$ est le premier effectif cumulé supérieur à $N\alpha/100$

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i = 2 + \frac{50 - 20}{40} 2 = 3,5 \text{ min} \quad (1\text{pt})$$

3. le quartile Q_3 , $Q_3 \in [12,34[$ car $Q_3 = c_{75}$ (le 75^{ième} centile), $N\alpha/100 = N \cdot 75/100 = 150$ et $n_{5C} = 200$ est le premier effectif cumulé supérieur à $N\alpha/100$

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i = 12 + \frac{150 - 100}{100} 22 = 23 \text{ min} \quad (1\text{pt})$$

4. le centile C_{60} , $C_{60} \in [12,34[$ car $N\alpha/100 = N \cdot 60/100 = 120$ et $n_{5C} = 200$ est le premier effectif cumulé supérieur à 120.

$$C_{60} = 12 + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i = 12 + \frac{120 - 100}{100} 22 = 16,4 \text{ min} \quad (1\text{pt})$$

5. Les rangs centiles des durées d'appel 5min et 15 min?

$$rg(5) = \alpha \Leftrightarrow C_\alpha = 5$$

$$C_\alpha = 5 = 4 + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i \quad \text{donc} \quad 5 = 4 + \frac{\frac{200\alpha}{100} - 60}{20} 2 \quad \text{donc} \quad \alpha = rg(5) = 35 \quad (1,5 \text{ pts})$$

$$rg(15) = \alpha \Leftrightarrow C_\alpha = 15$$

$$C_\alpha = 15 = 12 + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)C}}{n_i} e_i = 12 + \frac{\frac{200\alpha}{100} - 100}{100} 22 \quad \text{donc} \quad \alpha = rg(15) = 57 \quad (1,5 \text{ pts})$$

La proportion des appels de durée entre 5 et 15 minutes ?

$$\text{La proportion } P(5 < X < 15) = rg(15) - rg(5) = 57 - 35 = 22 \% \quad (1\text{pt})$$

Exercice n°2 : (5 pts) (\mathcal{A}_n^p : Arrangement avec répétitions)

- Il y a $\mathcal{A}_9^3 = 9^3 = 729$ codes possibles. (1pt)
- Il y a $\mathcal{A}_9^2 \times 4 = 324$ codes se terminant par un chiffre pair. (1pt)
- Il est plus facile de calculer le contraire, c'est-à-dire le nombre de codes qui ne contiennent pas le chiffre 4. Il y'en a $\mathcal{A}_8^3 = 8^3 = 512$. (1pt)
Donc le nombre de codes contenant au moins un chiffre 4 sont $729 - 512 = 217$ (1pt) codes possibles.
- Il y a $C_3^1 \times \mathcal{A}_8^2 = 3 \times 8^2 = 192$ codes possibles. (1pt)

Exercice n°3 : (7 pts)

I. Les deux évènements sont **indépendants** :

1. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.3 \times 0.5 = 0.15$. (1.5 pt)

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.5 - 0.15 = 0.65$. (1pt)

3. $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.15 = 0.15$. (1pt)

II. Les deux évènements sont **incompatibles** :

4. $P(A \cap B) = 0$. (1.5 pt)

5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.3 + 0.5 - 0 = 0.8$. (1pt)

6. $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0 = 0.3$. (1pt)