Chapitre 02 :

Statique des Fluides (Force de pression & Poussée d'Archimède)

1. INTRODUCTION

- Lors d’une plongée sous-marine, on constate que la pression de l’eau augmente avec la profondeur.
- La pression de l’eau au fond d’un barrage est plus grande qu’au voisinage de la surface. Les effets de la pression doivent être pris en considération lors du dimensionnement des structures tels que les barrages, les sous-marins, les réservoirs…

2. Hypothèses

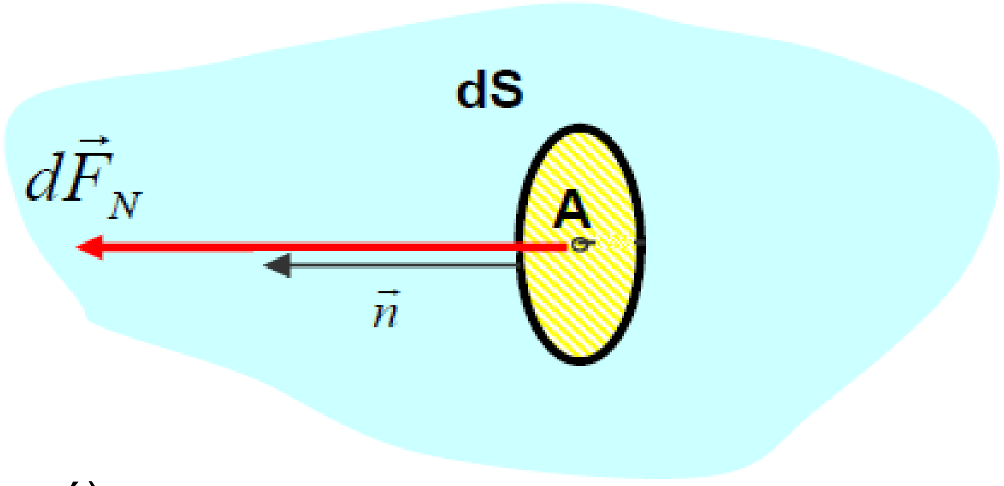
- On considère dans ce chapitre que :
- Les fluides étudiés sont au repos et en équilibre.
- Pas de frottement entre les molécules du fluide (le fluide est supposé parfait).

3. NOTION DE PRESSION EN UN POINT D'UN FLUIDE

- La pression représente l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface.

$$\overrightarrow{dF} = p \cdot dS \cdot \vec{n}$$

$$\boxed{P_A = \frac{\left\|\overrightarrow{dF_N}\right\|}{dS}}$$



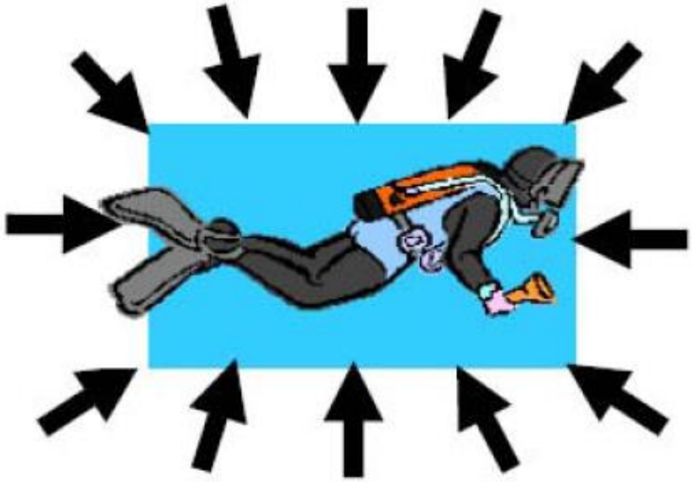
dS : Surface élémentaire de la facette de centre A (en mètre carré),
***n* :** Vecteur unitaire de la normale en A,
dF **:** Composante normale de la force élémentaire de pression.
P$_A$: pression en point A (en Pascal),

Explication : Chaque cm^2 de surface de notre peau supporte environ 1 kg (force) représentant le poids de l'atmosphère. C'est la pression atmosphérique au niveau de la mer.

<u>Exemple</u> : Chaque cm^2 de surface de notre peau supporte environ 1 kg (force) représentant le poids de l'atmosphère. C'est la pression atmosphérique au niveau de la mer. Nous ne la ressentons pas car notre corps est incompressible et ses cavités (estomac, poumons, etc.) contiennent de l'air à la même pression.

Si on s'élève de 5 000 m, la pression atmosphérique est deux fois plus faible qu'au niveau de la mer car la masse d'air au-dessus de notre tête est alors moitié moindre. D'où la nécessité d'une pressurisation des avions.

En plongée sous-marine, pour mesurer la pression, on utilise le plus souvent le bar: 1 bar = 1 kg / cm^2.

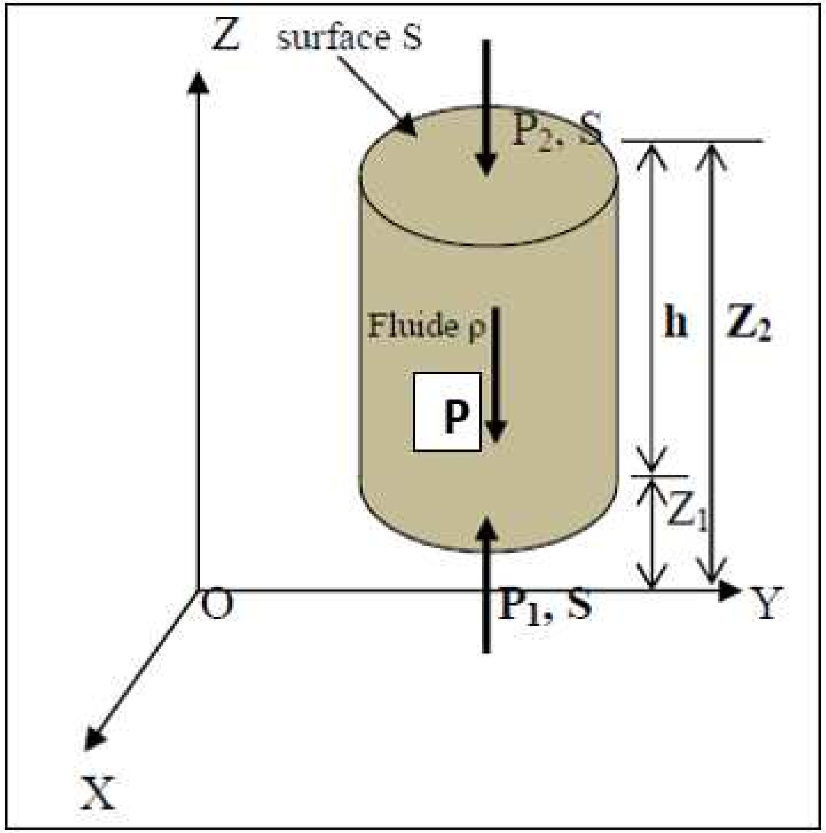


3.1. Unités de pression

- Pascal (N/m^2), MPa (N/mm^2), Bar, atmosphère.
- 1 [bar] = 10^5 [Pa]
- 1 [atm] = 1,01325 10^5 [Pa]
- 1 [atm] = 1,01325 [bar]
- 1 [bar] = 1 kgf/cm^2, (1 kgf = 9,81 N)

4. Relation fondamentale de l'hydrostatique

- On considère un élément de fluide de masse volumique **ρ** représentant une colonne verticale cylindrique de section transversale constante S.



✓ Force due à P_1 : $F_1 = P_1 .S$

✓ Force due à P_2 : $F_2 = P_2 .S$

✓ Force due au poids de la colonne du liquide :

$W = mg = \rho g V = \rho g S\ (Z_2 - Z_1)$

- La condition d'équilibre s'écrit donc :

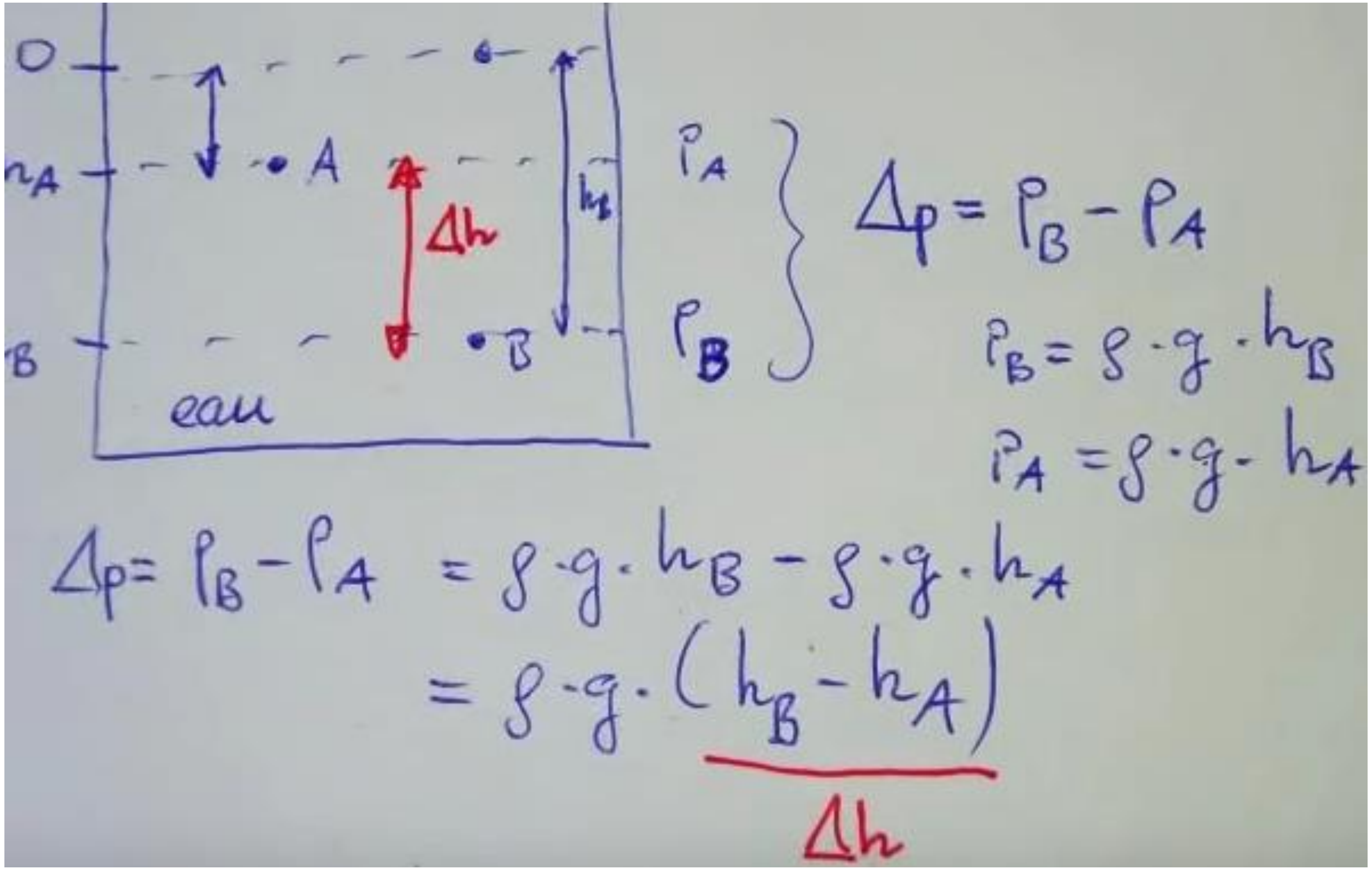
$$F_1 - F_2 - W = 0 \Rightarrow P_1 S - P_2 S - \rho g S(Z_2 - Z_1) = 0$$

- Alors : $\boxed{P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)}$

Et donc loi de la statique des fluides est donnée par :

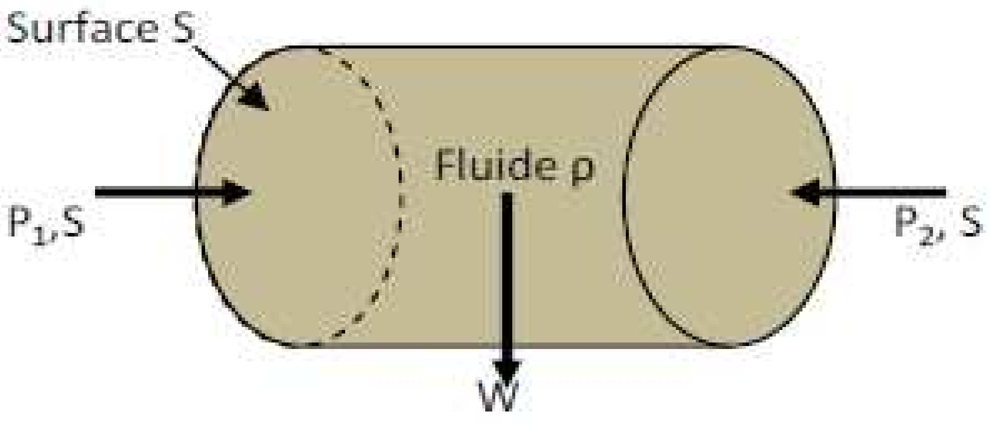
$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

4.1. Différence de pression entre deux points d'un liquide



4.2. Les pressions sur plan horizontal :

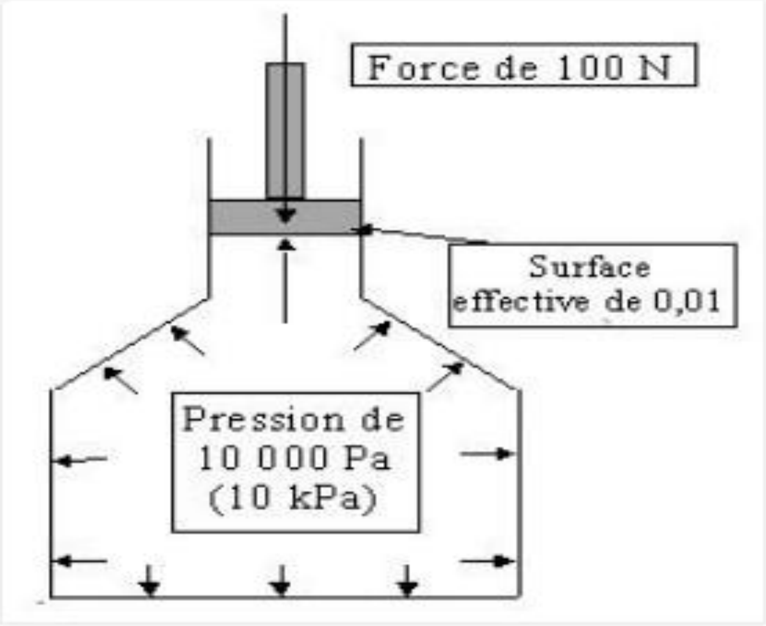
$$P_1 S - P_2 S + 0 = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$$



On conclure que : Sur un même plan horizontal, toutes les pressions sont égales (donc Pressions Isobares).

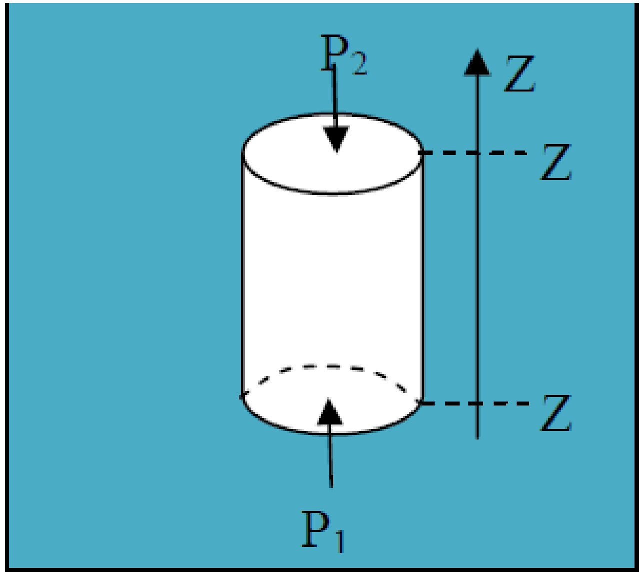
5. *THEOREME DE PASCAL :*

- Au XVII siècle, Blaise Pascal a énoncé une loi :
- « Au repos, la pression d'un fluide en un point est
- la même dans toutes les directions ».



6. Poussé d'Archimède

Soit une surface fermée formant un corps solide de masse volumique ρ_s et de volume V immergé dans un fluide de masse volumique ρ



Corps solide immergée dans un fluide

Les forces verticales qui agissent sur l'élément du volume sont dues aux pressions hydrostatiques. La résultante de ces forces est :

$$F_R = (P_1 - P_2)\,S = \rho g(Z_2 - Z_1)S = \rho g W$$

Par conséquent, un corps immergé dans un fluide est soumis à l'action de la poussée verticale opposée en direction et égale au poids du fluide déplacé par le corps :

$$F_A = \rho g W$$

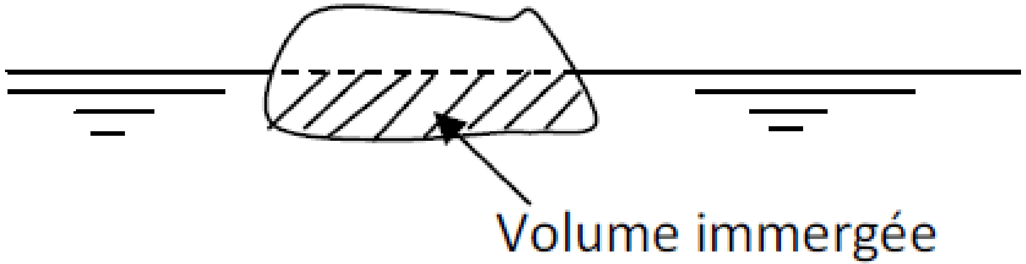
La force F_A s'appelle la force d'Archimède

Théorème d’Archimède :

Tout corps plonge dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immerge du corps). Il résulte de ce théorème que si le poids d’un corps place dans une masse fluide est
inferieur au poids de son volume du fluide, le corps flotte.

Exemple :

Quelle est la fraction de volume d’un morceau de métal solide de densité 7,25 qui flotte à la surface d’un récipient de mercure de densité 13,6



Solution :

Le morceau de métal en équilibre quand le poids de ce morceau égale la force d'Archimède:

$$F_A = Poids \Rightarrow \rho_{Hg} g\, V_{immergé} = \rho_{métal} g\, V_{total}$$

donc :

$$\frac{V_{immergé}}{V_{total}} = \frac{\rho_{métal}}{\rho_{Hg}} = \frac{7{,}25}{13{,}6} = 0{,}533$$

La fraction de volume immergée dans le mercure est 53,3%

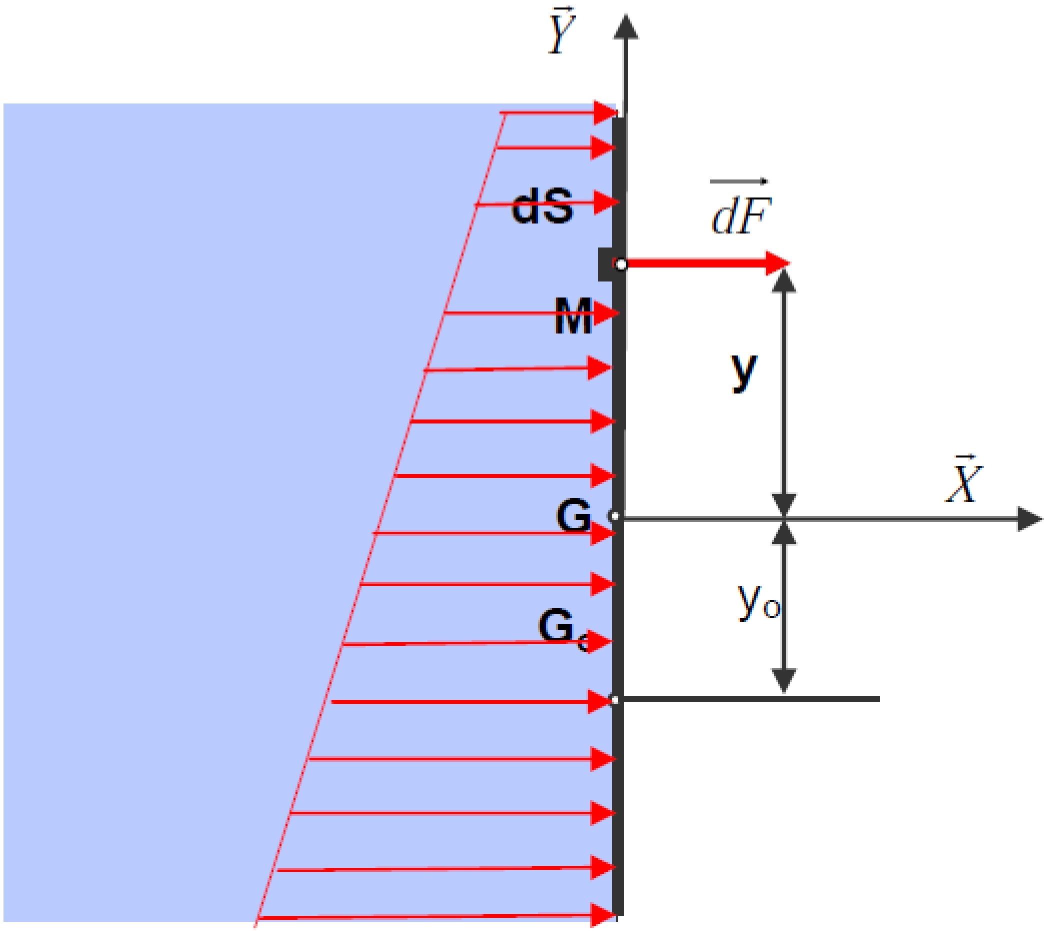
7. Force de pression sur les parois :

Cette force est définie comme étant la force de pression exercée par un fluide au repos sur une surface de contacte, cette force est toujours normale à la surface. Le calcul des forces hydrostatiques sur une surface quelconque plongée dans l'eau, consiste a déterminer l'intensité de la force et son point d'application.

Hypothèses

La paroi verticale possède un axe de symétrie (G, Y). G est son centre de surface.

D'un coté de la paroi il y a un fluide de poids volumique ϖ , de l'autre coté, il y a de l'air à la pression atmosphérique P_{atm}. On désigne par P_G la pression au centre de surface G du coté fluide.



Soit un élément de surface de la plaque « dS », la pression qui s'exerce sur cet élément est :

$$P = \rho\ g\ h$$

l'expression finale de F devient :

$$F = \rho g\ h_G S$$

h_G est la profondeur du centre de gravité de la surface

S est l'aire de la surface

Le point d'application de la force résultante F est appelé : le centre de poussée.

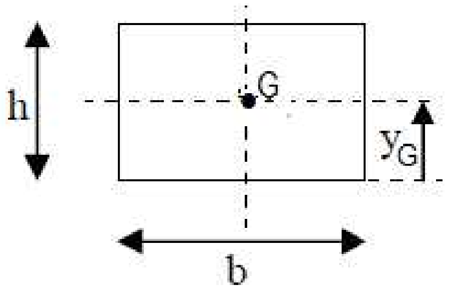
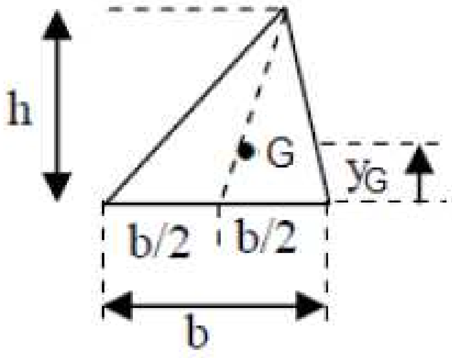
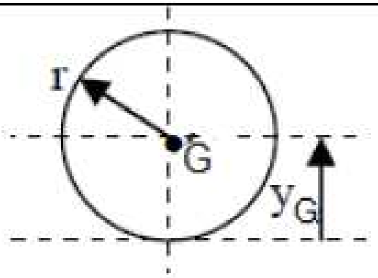
la formule de y_p devient :

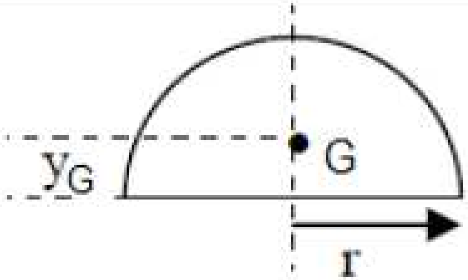
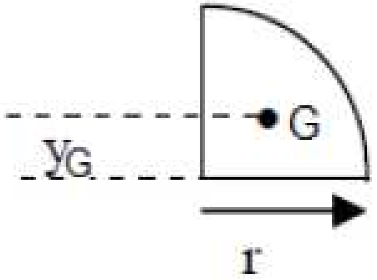
$$y_P = y_G + \frac{I_0}{y_G S}$$

Cette formule montre que le point d'application de la résultante F se trouve toujours ***plus bas*** que le centre de gravité d'une distance égale à :

$$\frac{I_0}{y_G S}$$

Le tableau suivant fournit le ce de surface plane :

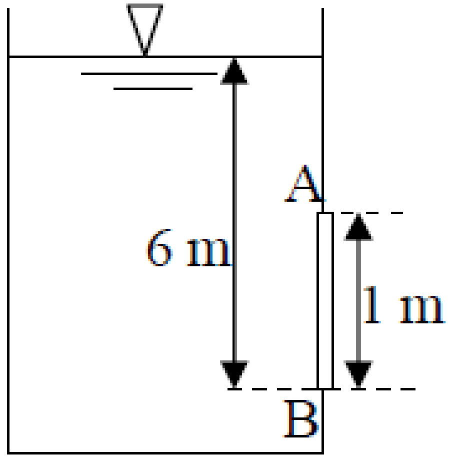
Type de surface	Forme géométrique	Centre de gravité	surface	Moment d'inertie I_{xG}
Rectangle		$\frac{h}{2}$	bh	$\frac{bh^3}{12}$
Triangle		$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{36}$
Cercle		r	πr^2	$\frac{\pi r^4}{4}$

Demi cercle		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\left(\frac{\pi}{8}-\frac{8}{9\pi}\right)r^4$
Quart de cercle		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$	$\left(\frac{\pi}{16}-\frac{4}{9\pi}\right)r^4$

Exemple :

Déterminer la poussée hydrostatique sur la paroi circulaire AB et son centre de poussée.

On donne ρ=1000kg/m^3 et g=9.81 m/s^2



Solution :

1. La force hydrostatique

$$F = \rho g\, h_G S$$

$$F = 1000 \times 9.81 \times (6 - 0{,}5)\pi\, 0{,}5^2$$

$$\boldsymbol{F = 42,354\ kN}$$

2. Le centre de poussée

$$h_P = y_P = y_G + \frac{I_{xG}}{y_G S}$$

$$y_G = h_G = 5{,}5\ m\ et\ I_{xG} = \frac{\pi D^2}{64} = 0{,}049\ m^4$$

$$h_P = 5{,}511\ m$$