

Exercice 1

Soient E, F et G trois événements.

Trouver des expressions pour les événements suivants qui sont réalisés lorsque de E, F et G :

1. E seul l'est,
2. E et G le sont mais pas F,
3. au moins l'un des trois l'est,
4. au moins deux d'entre eux le sont,
5. les trois le sont,
6. aucun ne l'est.

Exercice 2

Soient Ω l'ensemble fondamental d'une épreuve aléatoire, P une probabilité sur Ω et A, B et C trois événements quelconques. Démontrer que :

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
2. $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
3. Si $(A_i)_{i=1 \dots n}$ est une suite d'événements, démontrer que :

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i_1 < i_2} P(A_{i_1} \cap A_{i_2}) + \dots + (-1)^{k+1} \sum_{i_1 < \dots < i_k} P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$

La dernière somme est prise sur les C_n^k sous-ensembles possibles de taille k de l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$

Exercice 3

On jette deux dés bien équilibrés. Quel est l'ensemble fondamental ?

On note par F l'évènement : « au moins l'un des dés montre 1 » et par G : « la somme des nombres montrés par les dés est 5 ».

1. Déterminer les événements F, G et calculer leurs probabilités.
2. Déterminer les événements $F \cup G$ et $F \cap G$ et calculer leurs probabilités.

Exercice 4

On sélectionne un échantillon ordonné de taille 3 d'un ensemble de 26 jetons sur lesquels figurent les lettres de l'alphabet. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

1. A : "ce sont 3 consonnes" ;
2. B : "ce sont 3 voyelles" ;
3. C : "c'est le mot MOI" ;
4. D : "c'est une anagramme du mot MOI".

Exercice 5

On lance trois dés bien équilibrés. Quelle est la probabilité que deux au moins des trois faces qui apparaissent soient identiques

Exercice 6

Quel est l'évènement le plus probable : « obtenir au moins une fois le 1 » en lançant 4 fois un dé ou « obtenir au moins une paire de 1 » en lançant 24 fois 2 dés .

Exercice 7

- a) 2 événements A et B, incompatibles et de probabilités non nulles, peuvent-ils être indépendants ?
- b) Démontrer que si A et B sont deux événements indépendants alors A et $\bar{B}$ sont indépendants
- c) Montrer que si deux événements A et B sont indépendants alors leurs contraires $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont aussi indépendants.

d) Soient deux événements A et B telles que $P(A)=1/5$ et $P(A \cup B)=1/2$

- Si A et B sont incompatibles, calculer $P(B)$
- Si A et B sont indépendants, calculer $P(B)$

Exercice 8

30 % des étudiants de la 1^{ère} année ont échoué au cours de Probabilités, 20 % ont échoué au cours d'Analyse et 10 % ont échoué aux deux cours.

On rencontre un étudiant au hasard. Calculer :

1. la probabilité que cet étudiant ait réussi le cours de Probabilités et échoué au cours d'Analyse.
2. la probabilité que cet étudiant ait échoué au cours d'Analyse sachant qu'il a échoué au cours de Probabilités.
3. la probabilité que cet étudiant ait échoué au cours d'Analyse sachant qu'il a réussi au cours de Probabilités.

Exercice 9

Chaque matin de classe, Ahmed peut être victime de deux *événements indépendants* :

- **R** : « il n'entend pas son réveil sonner » ;
- **S** : « son scooter, mal entretenu, tombe en panne ».

Il a observé que, chaque jour de classe, la probabilité de **R** est égale à **0,1** et que celle de **S** est égale à **0,05**.

Lorsqu'au moins l'un des deux événements se produit, Ahmed est en retard au lycée, sinon il est à l'heure.

1) Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, Ahmed entende son réveil sonner et que son scooter tombe en panne.

2) Calculer la probabilité que Ahmed soit à l'heure au lycée un jour de classe donné

Exercice 10

Une employée a demandé à son chef un certificat de travail en vue d'un nouvel emploi. Elle estime à 80% sa chance d'obtenir ce travail si le certificat est très bon, à 40% s'il est bon et à 10% s'il est moyen. En plus, elle estime la probabilité à 0,7 d'obtenir un très bon certificat, à 0,2 un bon et à 0,1 un moyen.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir le nouvel emploi ?
2. Sachant qu'elle obtient l'emploi, quelle est la probabilité qu'elle ait un très bon certificat ?
3. Même question qu'en b) sachant qu'elle ne l'obtient pas ?