Exercice 1

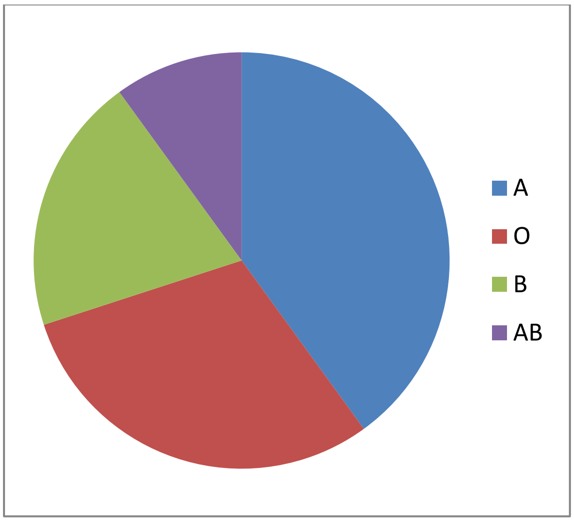
Étude	Unité Statistique	Population	Caractère	Nature du Caractère
1	Étudiant de première année informatique	Tous les étudiants de 1ère année informatique	Mention obtenue au Bac	Qualitatif Ordinal (les mentions ont un ordre : par exemple, "Très bien" est mieux que "Bien").
2	Client ayant consommé un repas	Tous les clients du restaurant ayant consommé un repas	Niveau de satisfaction	Qualitatif Ordinal
3	Étudiant en informatique	Tous les étudiants en informatique	Nombre de livres empruntés de la bibliothèque	Quantitatif Discret
4	Un bébé né à l'hôpital "1er Novembre " en janvier 2025	Tous les bébés nés à l'hôpital "1er Novembre " en janvier 2025	Poids du bébé à la naissance	Quantitatif Continu
5	Lampe électrique	L'ensemble des lampes électriques	Temps de validité de la lampe (durée de fonctionnement)	Quantitatif Continu
6	Un ouvrier de l'usine	L'ensemble des ouvriers de l'usine durant l'année 2018.	Le nombre de jours d'absence de l'ouvrier durant l'année 2018	Quantitatif discret Rq. Si le nombre de modalités ≠ est grand, La série sera étudiée comme étant continue

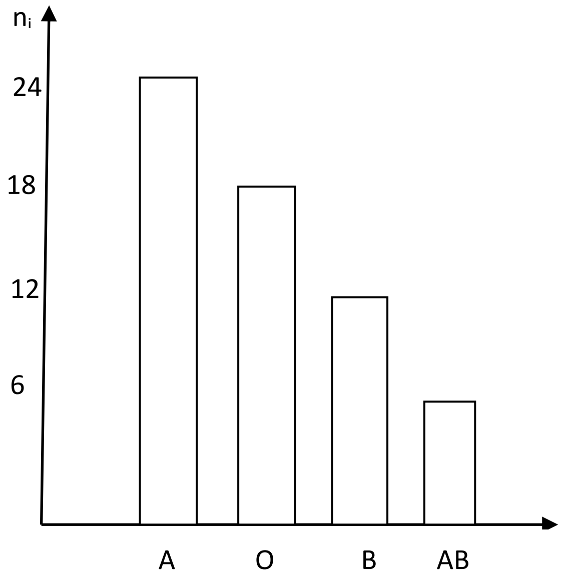
Exercice 2

1. La population: **les étudiants en M2 Informatique**
2. Le caractère : **le groupe sanguin**
   La nature du caractère : **qualitatif nominal**
3. Les modalités : Les groupes sanguins A, B, AB et O
4. Tableau statistique de la distribution des personnes selon leur groupe sanguin

modalités	n_i	f_i	f_i %
A	24	0.400	40.0
O	18	0.300	30.0
B	12	0.200	20.0
AB	6	0.100	10.0
	N=60	Σ=1.000	Σ=100.0

5.





Diag.par secteurs de la distribution des étudiants selon leur groupe sanguin

Diag.en tuyaux d'orgue de la distribution des étudiants selon leur groupe sanguin

L'angle au centre de chaque secteur est défini par

$\alpha_i = 360° \times f_i$

Exercice 3 On a fait une étude statistique portant sur le nombre d'enfants par famille dans une cité comportant 50 familles. La série statistique est :

x_i : Nombres d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectifs n_i	4	7	9	10	7	5	5	3

Identifier la population, le caractère et sa nature.

2. Déterminer la fonction de répartition F et tracer la courbe cumulative de cette série.

3. Déterminer le mode et la médiane.

4. Quel est le nombre moyen d'enfants par famille dans cet échantillon ?

5. Calculer : la variance et l'écart interquartile.

1. la population étudiée : **les familles habitants cette cité**
   le caractère : **le nombre d'enfants par famille** ,
   la nature du caractère : **quantitatif discret**

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	4	7	9	10	7	5	5	3
n_{ic}	4	11	20	30	37	42	47	50
F_i	0.08	0.22	0.40	0.60	0.74	0.84	0.94	1.00
$n_i x_i$	0	7	18	30	28	25	30	21
$n_i {x_i}^2$	0	7	36	90	112	125	180	147

$N = \sum_{i=1}^{8} n_i = 50$

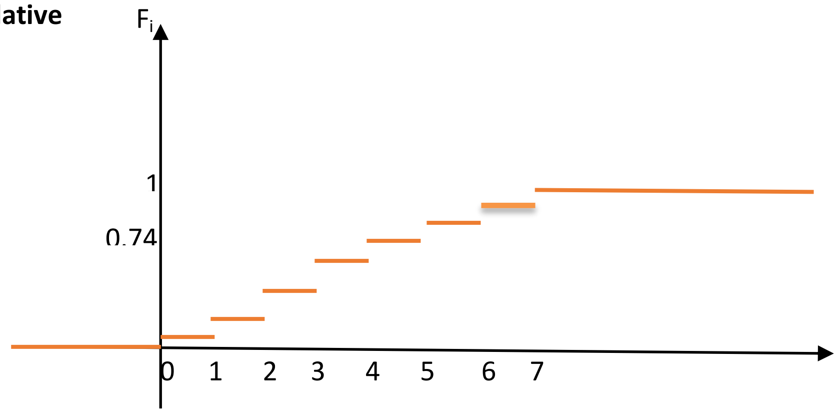
$\sum_{i=1}^{8} n_i x_i = 159$

$\sum_{i=1}^{8} n_i {x_i}^2 = 697$

2. **La fonction de répartition** $\boldsymbol{F(x) = F_i \quad si \quad x_i \leq x < x_{i+1}}$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & si\ \ x < 0 \\ 0.08 & si\ \ 0 \leq x < 1 \\ 0.22 & si\ \ 1 \leq x < 2 \\ 0.4 & si\ \ 2 \leq x < 3 \\ 0.6 & si\ \ 3 \leq x < 4 \\ 0.74 & si\ 4 \leq x < 5 \\ 0.84 & si\ \ 5 \leq x < 6 \\ 0.94 & si\ \ 6 \leq x < 7 \\ 1 & si\ \ x \geq 7 \end{cases}$$

La courbe cumulative



3. Le mode : $M_o = 3$

la médiane : l'effectif N=50 pair donc $M_e = \frac{1}{2}(x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}) = \frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) = \frac{1}{2}(3+3) = 3$

3) Le nombre moyen d'enfants par famille

$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum n_i x_i = \frac{159}{50} = 3.18$

Calcul de La variance

V(X) $= \frac{1}{N}\sum n_i {x_i}^2 - \overline{X}^2 = \frac{697}{50} - 3.18^2 = 3.83$

Calculer : $Q_3 = c_{75}$ (le soixante quinzième centile) ; $\propto = 75$; $\frac{N\alpha}{100} = 37.5 \notin \mathbb{N}$

alors $Q_3 = c_{75} = x_{38} = 5$

$Q_1 = c_{25}$; $\propto = 25$; $\frac{N\alpha}{100} = 12.5 \notin \mathbb{N}$ donc $Q_1 = c_{25} = x_{13} = 2$

L'**écart interquartile** = $Q_3 - Q_1 = 5 - 2 = 3$

Exercice 4

Un concessionnaire automobile souhaite analyser ses performances de vente sur l'année 2024. Les données recueillies concernent le nombre d'automobiles vendues chaque semaine au cours des 48 semaines ouvrables. Ces données sont regroupées en classes, comme indiqué dans le tableau suivant :

X	n_i
[0 , 3 [	9
[3 , 6 [	14
[6 , 9 [	13
[9 , 12 [	10
[12 , 21[	2

N=48

1. Préciser l'unité statistique de cette étude, définir clairement la population étudiée. Identifier le caractère étudié et indiquer sa nature (s'il est quantitatif discret, préciser pourquoi les données sont groupées dans des classes).

2. Représentations graphiques :

Tracer l'histogramme de cette distribution, en veillant à l'échelle des axes.

Tracer le polygone des effectifs cumulés et la courbe cumulative.

À partir de ces graphiques, déterminez graphiquement le mode et la médiane de la distribution.

3. En utilisant un changement de variable approprié, calculer la moyenne et la variance du nombre d'automobiles vendues par semaine.
4. Calculer le rang centile de la valeur x = 5 (c'est-à-dire le rang centile correspondant à 5 voitures vendues par semaine). En déduire le pourcentage de semaines pendant lesquelles le vendeur a vendu plus de 5 voitures.
5. Le salaire hebdomadaire (Z) de la vendeuse est composé d'une base fixe de 20 000 DA et d'une commission de 10 000 DA par voiture vendue. Exprimez le salaire hebdomadaire Z en fonction du nombre de voitures vendues (X).

Calculer le salaire hebdomadaire moyen de la vendeuse.

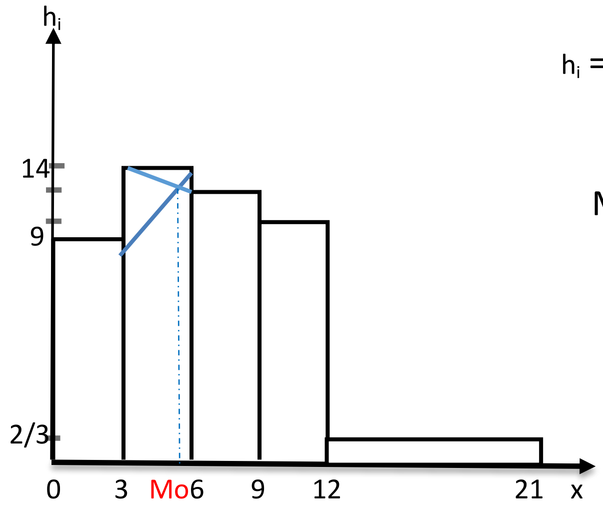
1. l'unité statistique : une semaine ouvrable de l'année 2024
   la population : les 48 semaines ouvrables de l'année 2024
   le caractère : le nombre d'automobiles vendues en une semaine
   la nature du caractère : bien que le caractère nombre d'automobiles vendues par semaine est entier donc discret il est étudié comme étant continu (lorsque le nombre de modalités différentes est grand les données sont regroupées dans des classes et donc le caractère discret est étudié comme s'il est continu)

x	n_i	e_i	n_{ic}	hi	x_i : centres des classes	$y_i = \frac{x_i - 4,5}{3}$	$n_i\, y_i$	$n_i\, y_i^2$
[0 , 3 [	9	3	9	9	1,5	-1	-9	9
[3 , 6 [	14	3	23	14	4,5	0	0	0
[6 , 9 [	13	3	36	13	7,5	1	13	13
[9 , 12 [	10	3	46	10	10,5	2	20	40
[12 , 21[	2	9	48	2/3	16,5	4	8	32
	N=48						∑=32	∑=94

2. Tracer l'histogramme et le diagramme intégral, en déduire le mode et la médiane graphiquement

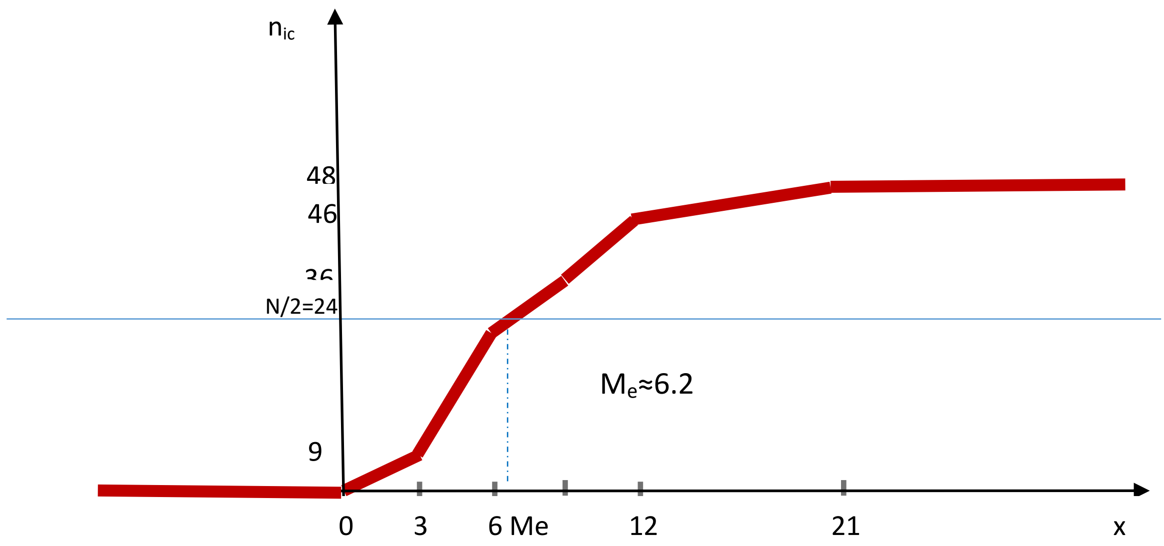
Histogramme

$h_i = a\, n_i / e_i$ où a=pgcd(e_i)



$M_o \approx 5.5$

Diag. Intégral



$M_e \approx 6.2$

Le mode : la classe modale [3 , 6[

$$\text{Mo} = a_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} \times e_i = 3 + \frac{(14-9)}{(14-9)+(14-13)} \times 3 = 5{,}5$$

. .

La médiane : la classe médiane [6 , 9[

$$\text{Me} = a_i + \frac{\frac{N}{2} - n_{(i-1)c}}{n_i} \times e_i = 6 + \frac{24-23}{13} \times 3 = 6{,}23$$

.

3. Soit **le changement de variable** $Y = \frac{X-4{,}5}{3}$

$(Y = \frac{X-b}{a}$ où a=pgcd(e_i)=3 et b=centre de la classe modale=4.5)

La moyenne : $\overline{Y} = \frac{1}{N}\sum n_i y_i = \frac{32}{50} = 0{,}67$ et donc $\overline{X} = 3 \times \overline{Y} + 4{,}5 = 6.51$

La variance : $V(Y) = \frac{1}{N}\sum n_i y_i^2 - \overline{Y}^2 = \frac{94}{48} - 0{,}67^2 = 1{,}51$ et donc $V(X) = 3^2 \times V(Y) = 13{,}59$

4. le rg (5) ?

$$rg(5) = \alpha \iff c_\alpha = 5$$

$c_\alpha = a_i + \frac{\frac{N\alpha}{100} - n_{(i-1)c}}{n_i} e_i = 5 \in [3\,,6[$ (la 2ème classe)

Donc $a_i = 3$; $n_{(i-1)c} = 9$; $n_i = 14$ et $e_i = 3$ on obtient

$$3 + \frac{\frac{48\alpha}{100} - 9}{14} \times 3 = 5$$

D'où $\alpha = 38.2 \approx 38$ (un entier) donc rg (5) = 38

le pourcentage de semaines pendant lesquelles le vendeur a vendu plus de 5 voitures :

la v s X étant le nombre de voitures vendues par semaine alors la proportion de semaines pendant lesquelles le vendeur a vendu plus de 5 voitures est $P(X > 5) = 100 - rg(5) = 62$ %

1. Si le salaire hebdomadaire Z du vendeur est de 20 000 DA plus une commission de 10 000 DA pour chaque automobile vendue, interpréter la variable statistique Z en fonction de la variable X et en déduire le salaire hebdomadaire moyen du vendeur.

$$Z = 10\,000\, X + 20\,000$$

D'où $\overline{Z} = 10\,000 \times \overline{X} + 20\,000 = 85\,100$ DA

Exercice 5

Un analyste économique observe l'évolution des prix à la consommation sur deux mois consécutifs. En décembre 2024, les prix ont connu une augmentation de 4%. Le mois suivant, en janvier 2025, une nouvelle hausse de 3,2% a été enregistrée.

Afin de simplifier l'analyse et d'obtenir une progression plus régulière des prix, l'analyste se demande :

Quel serait le taux d'augmentation mensuel constant qui, appliqué durant les deux mois (décembre 2024 et janvier 2025), aboutirait à la même augmentation totale des prix que celle observée ?

Quel type de moyenne est-il approprié d'utiliser ?

L'objectif est de trouver un taux d'augmentation mensuel constant qui, lorsqu'appliqué pendant deux mois consécutifs, donne le même résultat qu'une augmentation de 4% en décembre 2024 suivie d'une augmentation de 3.2% en janvier 2025.

Calcul de l'augmentation total réelle : supposons que le prix initial soit P, après décembre (augmentation de 4%) : le prix devient $P + \frac{4}{100}P = P(1 + \frac{4}{100})$

Après janvier (augmentation de 3.2%): le prix devient : $P \times (1 + \frac{4}{100}) \times (1 + \frac{3.2}{100}) = P \times 1.04 \times 1.032$

Calcul du taux d'augmentation mensuel constant : Soit '' t '' le taux d'augmentation mensuel constant que nous cherchons.

Après le premier mois : Le prix devient $P \times (1 + \frac{t}{100})$

Après le deuxième mois : Le prix devient $P \times (1 + \frac{t}{100}) \times (1 + \frac{t}{100}) = P \times (1 + \frac{t}{100})^2$

t doit vérifier l'équation : $P \times (1 + \frac{t}{100})^2 = P \times (1 + \frac{4}{100}) \times (1 + \frac{3.2}{100})$

donc $(1 + \frac{t}{100})^2 = (1 + \frac{4}{100}) \times (1 + \frac{3.2}{100}) = 1.07328$

$(1 + \frac{t}{100})$ est la moyenne géométrique de $(1 + \frac{4}{100})$ et $(1 + \frac{3.2}{100})$

donc : $1 + \frac{t}{100} = \sqrt{1.07328} \approx 1.03609$

D' où t = 100 (1.03609 – 1) = 3.609

Donc, le taux d'augmentation mensuel constant est d'environ 3.609%.

La moyenne appropriée est la moyenne géométrique car elle prend en compte l'effet composé des variations (ou des rendements) i.e. des taux de variation qui se multiplient entre eux sur différentes périodes.