Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf
Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Mécanique 2ème Année LMD RDM

TD2. Contrainte normale superficielle et contrainte de cisaillement

Ex1/ Une tôle en forme d'équerre de longueur L = 152 mm, de largeur b = 63 mm et d'épaisseur *t = 12.5 mm*, fixée à une colonne par deux boulons identiques de 16mm de diamètre supporte sur sa face supérieure une charge répartie *P = 2MPa*. Déterminer :

1. La contrainte normale superficielle σ_b entre la tôle et les boulons.
2. La contrainte de cisaillement τ_c dans les boulons. (Le frottement est négligé entre la tôle et la colonne).

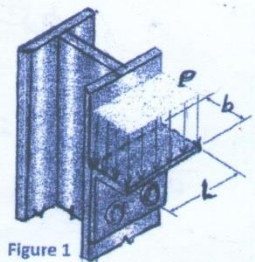


Figure 1

Ex2/ Un boulon de diamètre *d= 12.5 mm* sous l'action d'une force de traction *F=4.5 KN* passe par un trou d'une plaque en acier. La tête hexagonale du boulon de côté *r= 10 mm* et d'épaisseur *t= 6.35 mm* s'appuie directement contre cette plaque. Déterminer :

1. La contrainte normale superficielle σ_b entre la tête du boulon et la plaque.
2. La contrainte de cisaillement τ_c dans la tête du boulon.

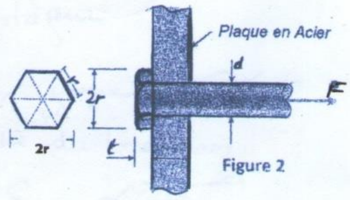


Figure 2

Ex 3/ Une barre et une fourche d'épaisseurs égales *t=15 mm* sont reliées par un boulon. La contrainte admissible de cisaillement $[\tau_c]$*= 90 MPa* et la contrainte normale superficielle admissible $[\sigma_b]$*= 150 MPa* . Si l'effort de traction P= 31 KN, déterminer le diamètre minimal d_{min} du boulon.

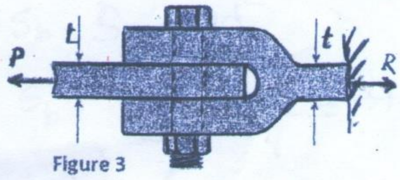


Figure 3

Ex 4/ Deux barres chargées en traction par une force *P* sont assemblées en utilisant deux plaques rectangulaires et deux rivets.
Barres : largeur minimale *b= 25.4 mm*, épaisseur *t= 10 mm*, contrainte admissible de traction $[\sigma_t]$*= 415 MPa*.
Rivets : $[\sigma_b]$*= 550 MPa*, $[\tau_c]$*= 172 MPa*.
Déterminer la charge *P* si un facteur de sécurité *n= 2.5* est imposé à la charge maximale. (Le frottement est négligé entre les barres).

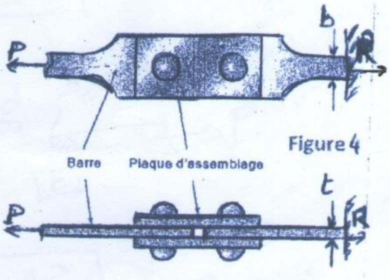


Figure 4

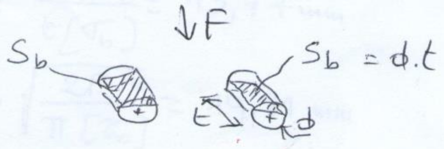
Corrigé TD N°: 2

EX1| La charge répartie $P = \frac{F}{bl} \Rightarrow F = P.bl$

$$\boxed{F = 19{,}152 \, kN}$$

1. Contrainte σ_b entre les boulons et la tôle

$$\sigma_b = \frac{F}{2S_b} = \frac{F}{2dt}$$



$$\boxed{\sigma_b = 47{,}88 \, MPa}$$

2. Contrainte τ_c dans les boulons

$$\tau_c = \frac{F}{2S_c} = \frac{F}{2.\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2F}{\pi d^2}$$

$$\boxed{\tau_c = 47{,}62 \ MPa}$$

EX2| 1. σ_b entre la tête hexagonale et la plaque

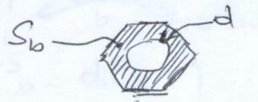
$\sigma_b = \frac{P}{S_b}$ avec S_b = surface de l'hexagone de côté r
- surface circulaire du boulon.

$S_{tr} = \frac{1}{2} r h$

$r^2 = h^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3} r}{2}$

$S_{tr} = \frac{1}{2} r \frac{\sqrt{3} r}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$

$S_{hex} = 6.S_{tr} = 6 \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2$

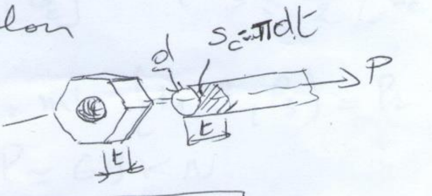


$S_b = S_{hex} - \frac{\pi d^2}{4}$

$S_b = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2 - \frac{\pi d^2}{4} = 137 \, mm^2$

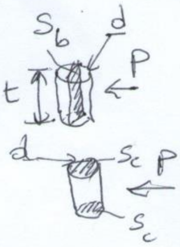
$$\sigma_b = \frac{P}{S_b} = \frac{4{,}5.10^3}{137} \Rightarrow \boxed{\sigma_b = 33 \, MPa}$$

2. τ_c dans la tête du boulon
(La tête se détache de la tige en glissant comme le bouchon d'un stylo)



$$\tau_c = \frac{P}{S_c} = \frac{P}{\pi d t} \qquad \boxed{\tau_c = 18 \ MPa}$$

EX3 | Conditions de résistance



$$\begin{cases} \sigma_b \leq [\sigma_b] \\ \tau_c \leq [\tau_c] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{P}{S_b} \leq [\sigma_b] \\ \dfrac{P}{2S_c} \leq [\tau_c] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{P}{dt} \leq [\sigma_b] \\ \dfrac{P}{2\times\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_\sigma \geq \dfrac{P}{t[\sigma_b]} = 13{,}77 \text{ mm} \\ d_\tau \geq \sqrt{\dfrac{2P}{\pi[\tau_c]}} = 14{,}81 \text{ mm} \end{cases}$$

Pour satisfaire les 2 conditions de résistance $\Rightarrow$

$$d_{min} = \text{Max}\{d_\sigma, d_\tau\} = 14{,}81 \text{ mm}$$

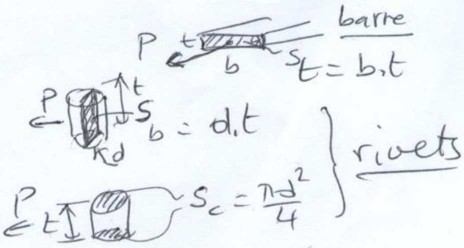
$\boxed{d = 15 \text{ mm}}$ (ou $d = 16$ mm)

EX4 | Condition de résistance dans la structure complète.

Dans la barre en traction :

$$\sigma_t = \frac{P}{S_t} \leq [\sigma_t]$$

Dans les rivets :



$$\sigma_b = \frac{P}{S_b} \leq [\sigma_b]$$

$$\tau_c = \frac{P}{2S_c} \leq [\tau_c]$$

$$\begin{cases} \dfrac{P}{S_t} \leq [\sigma_t] \\ \dfrac{P}{S_b} \leq [\sigma_b] \\ \dfrac{P}{2S_c} \leq [\tau_c] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{P}{b.t} \leq [\sigma_t] \\ \dfrac{P}{d.t} \leq [\sigma_b] \\ \dfrac{P}{2\times\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 \leq b.t\,[\sigma_t] \\ P_2 \leq d.t\,[\sigma_b] \\ P_3 \leq \dfrac{\pi d^2}{2}[\tau_c] \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_1 \leq 105{,}4 \text{ KN} \\ P_2 \leq 69{,}1 \text{ KN} \\ P_3 \leq 88 \text{ KN} \end{cases} \Rightarrow P = \min\{P_1, P_2, P_3\} = P_2$$

$$P \simeq 69 \text{ KN}$$

Donc P admissible à la sécurité :

$$[P] = \frac{P}{n} = \frac{69}{2{,}5} \simeq 27{,}7 \text{ KN}$$

$\boxed{[P] = 27{,}7 \text{ KN}}$