

# **Introduction**

## **Fonctionnement**

### **Technologie**

### **Cinématique**

## **Introduction :**

La mécanique motorisée englobe un ensemble de machines munies d'un moteur et de différents systèmes qui nous permettent d'effectuer un travail ou un mouvement.

La propulsion du véhicule est habituellement obtenue au moyen de moteurs, à savoir dispositifs mécaniques capables de convertir l'énergie chimique d'un combustible en énergie mécanique. L'énergie chimique du combustible est d'abord convertie en chaleur par la combustion, puis la chaleur est convertie en travail mécanique. En effet, la chaleur produite par la combustion augmente la pression ou le volume spécifique, et grâce à son expansion, le travail mécanique est obtenu.

Dans les moteurs à combustion interne (MCI), les produits de combustion (par exemple l'air et le carburant) sont utilisés comme fluide de travail, tandis que dans les moteurs à combustion externe, la combustion produit le transfert de chaleur à un autre fluide de travail au moyen d'échangeurs de chaleur. En outre, alors que dans le MCI la combustion a lieu à l'intérieur du cylindre, dans les moteurs à combustion externe, la combustion est obtenue dans une chambre séparée, appelée habituellement bruleur.

Les moteurs sont classés en deux catégories suivant la technique d'inflammation du mélange carburant-air :

Les moteurs à allumage commandé (moteur à essence)

Les moteurs à allumage par compression (moteur Diesel)

Ces moteurs constituent actuellement la majorité des unités de production de puissance mécanique dans beaucoup de domaines, surtout le domaine de transports où ils se sont particulièrement développée en raison de leurs avantages : bon rendement, compacité fiabilité..., ceci explique l'extension qu'on pris de nos jours l'industrie des moteurs et l'ensemble de ses branches connexes dans tous les pays du monde.

## Introduction

Les moteurs thermiques diffèrent les uns des autres par les propriétés des fluides moteurs qu'ils emploient, par la façon dont on produit l'énergie mécanique et par les transformations thermodynamiques qui constituent le cycle.

### - Historique :

- 1700 : Moteurs à vapeur
- 1860 : Moteur de Lenoir (rendement  $\eta=5\%$ )
- 1862 : Beau de Rochas définit le principe du cycle de fonctionnement des moteurs à combustion interne
- 1867 : Moteur de Otto- Langen :  $\eta=11\%$  et rotation  $< 90$  rpm
- 1876 : Moteur 2 temps par Dugan Clark
- 1880 : Otto invente le moteur à 4 temps à allumage par bougie ( $\eta=14\%$  et rotation  $< 160$  rpm)
- 1892 : R. Diesel invente le moteur 4 temps à allumage par compression
- 1957 : Wankel invente le moteur à piston rotatif



**Figure I. 1** Le second prototype développé chez MAN par Rodolf Diesel  
1894

## Le moteur à combustion interne :

### Définition :

Le moteur à combustion interne est une machine thermique qui convertit l'énergie chimique du combustible en énergie mécanique, généralement sous forme d'un mouvement rotatif d'un arbre en procédant par une combustion d'un fluide thermique (Gaz naturel, Essence, Diesel, Hydrogène, ...etc.). Ce type de moteur, essentiellement, s'appuie dans leur fonctionnement sur le principe du piston qui dit que le moteur est une boîte étanche creusée de plusieurs puits appelés cylindres dans lesquels montent de manière étanche des pistons métalliques.

Ce mouvement va-et-vient entraîne une manivelle (le vilebrequin) qui communique à un arbre de transmission qui lui-même va communiquer sa rotation aux roues motrices.

### Classification des moteurs thermiques

Les moteurs thermiques sont représentés par le synoptique ci-après :

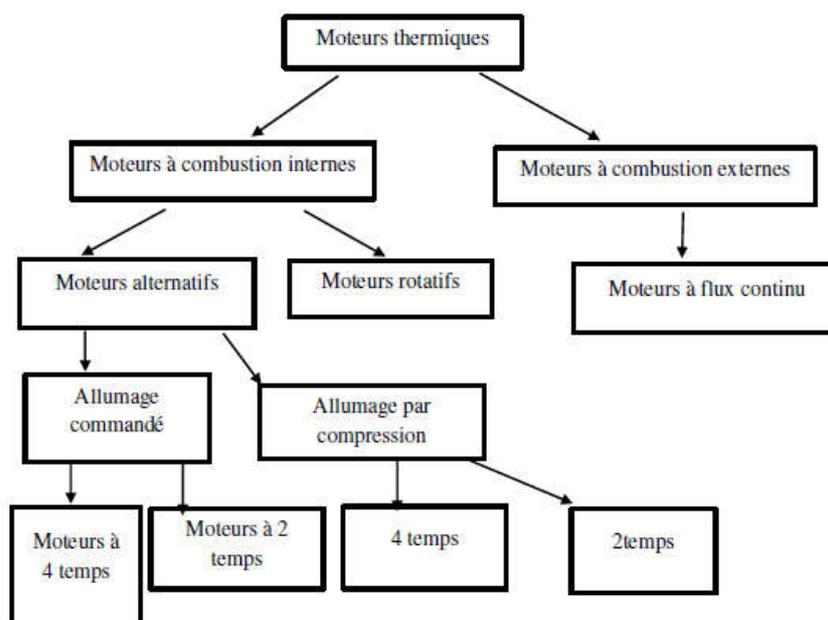


Figure 19: Classification des moteurs thermiques

## Processus 2temps et 4temps :

### a)-Moteur à 4temps :

Un moteur à 4temps est un moteur à piston qui nécessite de faire deux tours complet pour revenir au point de départ. Le moteur à été inventé par Nicolas Otto en 1876, c'est pourquoi on parle parfois aussi de moteur Otto. On parle plus généralement de moteur à 4temps car :

### Fonctionnement :

- processus de travail se déroule en 4mouvements du piston
- Un mélange air-carburant est introduit dans le cylindre au cours de l'une de ces phases.

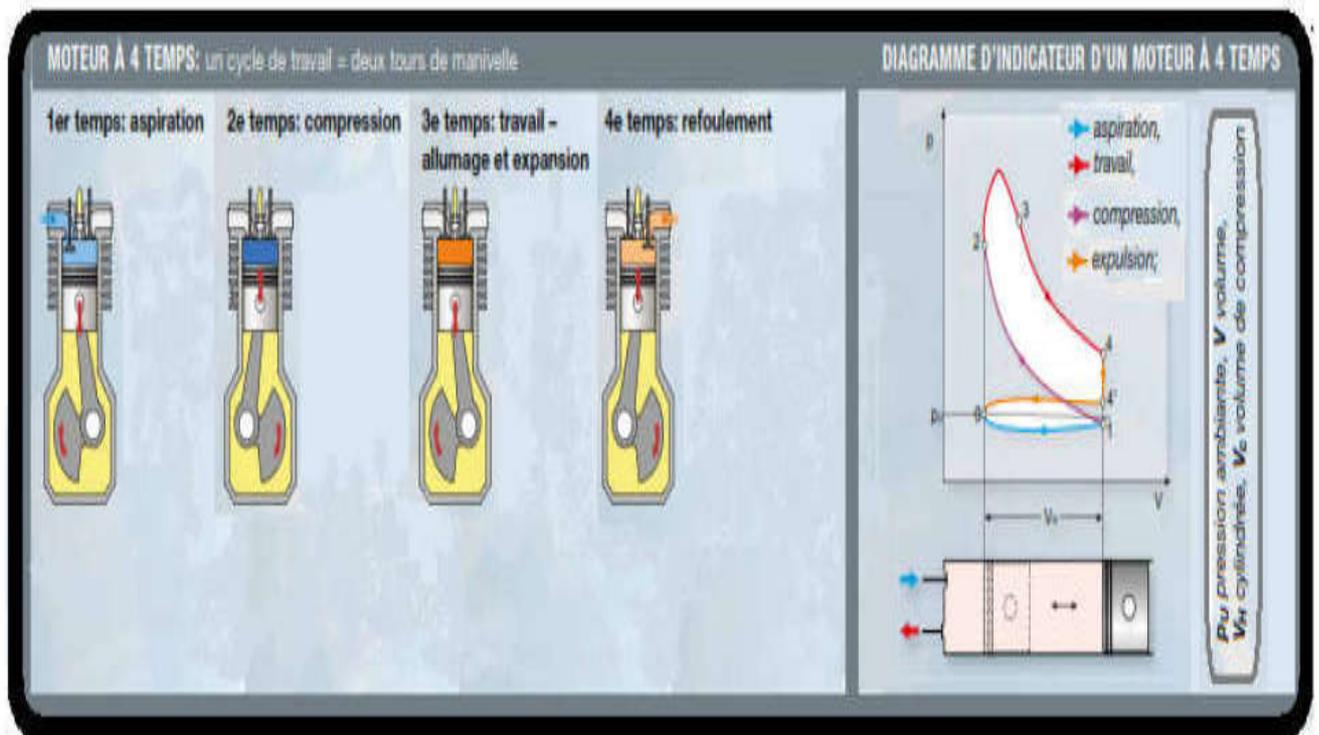


Figure I. 2 Fonctionnement de moteur à 4temps

Le carburant est consommé au fil d'une série d'explosions régulées de façon très précise suite aux explosions à l'intérieur des cylindres, les pistons sont repoussés vers le bas. Ceci fait tourner le vilebrequin qui transmet en partie la puissance du moteur à un arbre à cames.

L'arbre à cames régule l'ouverture des soupapes. Ainsi chaque explosion peut-elle avoir lieu à un moment précis.

En partant d'un cylindre vide et du piston en position Haute, les quatre temps sont :

- Le 1er temps est le temps d'admission : le piston descend tandis qu'un mélange d'air carburant est introduit dans le cylindre.

Dans cette Phase, le piston passe du PMH (point mort haut) au PMB (point mort bas). Du fait de l'augmentation de volume dans le cylindre, la pression diminue dans l'espace au-dessus du piston. Il se développe ainsi une différence de pression entre l'air extérieur et l'intérieur

du cylindre. De ce fait, un mélange air-carburant peut s'introduire dans l'intérieur du cylindre la formation du mélange se commence avant la soupape d'admission.

- Le 2ème temps est la compression : la soupape d'admission se ferme, le piston remonte et comprime le mélange. Pendant le temps de compression, les deux soupapes (d'admission et d'échappement) sont fermées. Le piston passe du PMB au PMH. Le mélange au-dessus du piston est à présent comprimé. Ceci entraîne une augmentation de la pression et de la température du mélange.
- Le 3ème temps est le temps de travail : une étincelle (sur les moteurs à essence) ou la chaleur produite par la compression (sur les moteurs Diesel) enflamme le mélange. L'explosion repousse le piston vers le bas, ce qui entraîne le vilebrequin.
- Le 4ème temps est le temps d'échappement : la soupape d'échappement s'ouvre, le piston remonte du PMB au PMH et expulse les gaz brûlés hors du cylindre via la soupape d'échappement ouverte. Quand le piston a atteint sa position Haute, un nouveau temps d'admission commence et le cycle se répète.

## Applications :



Figure I. 3 Applications des moteurs 4temps.

## b) - Moteur à 2temps :

Un moteur à piston (de type moteur à combustion) qui délivre de la puissance à chaque descente des pistons dans les cylindres.

Ceci diffère d'un moteur à 4temps où les pistons ne délivrent de la puissance que lors d'une descente sur deux.

## Fonctionnement :

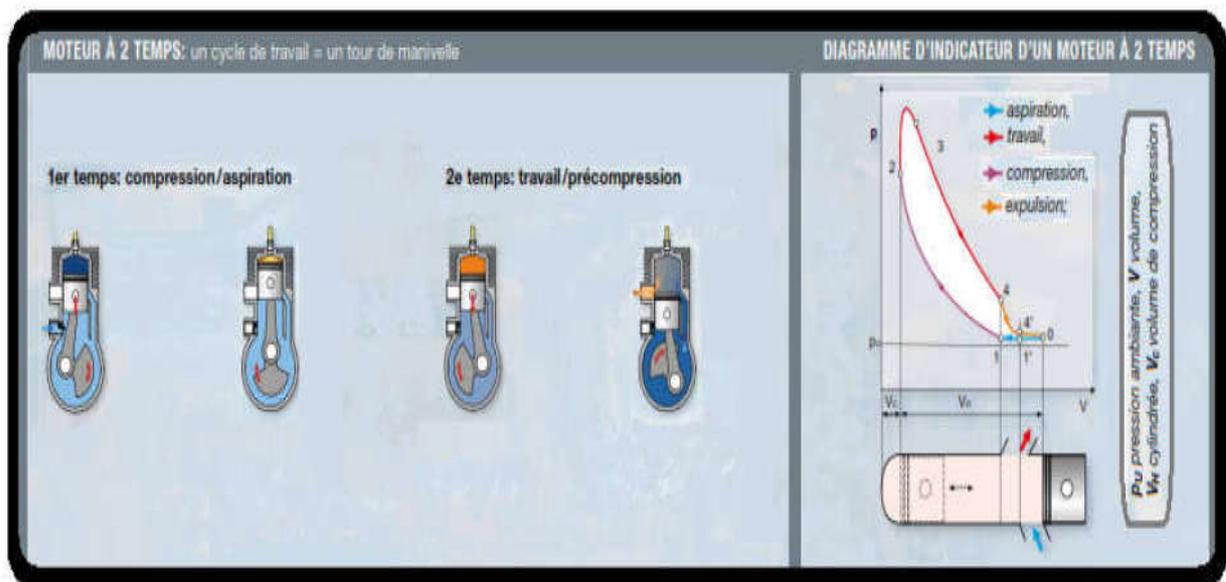


Figure I. 4 Fonctionnement de moteur à 2temps.

Le fonctionnement d'un moteur à 2temps repose sur le même principe que le moteur à 4 temps mais le processus est différent. Au lieu des quatre phases, le moteur à 2temps ne compte que deux phases tout en produisant le même effet que le moteur à 4temps.

- Le moteur à 2temps effectue uniquement un temps de travail et un temps de compression.
- Le moteur à 2temps n'a pas de soupapes mais une lumière d'échappement.

En général, les moteurs à 2temps sont plus puissants que les moteurs à 4temps parce qu'avec le même nombre de cylindres, ils produisent deux fois plus de combustion à un régime donné

**Point mort haut(Allumage)** : Au PMH, le mélange comprimé est allumé par l'étincelle de la bougie. Le front de flamme de l'explosion remplit la culasse d'une forte pression et d'une forte chaleur, ce qui repousse le piston vers le bas. Sous le piston, le volume de la chambre de vilebrequin est à son maximum, ce qui permet de bien aspirer le mélange frais à travers la lumière d'admission (en provenance du carburateur).

**Temps de travail** : Quand le piston est poussé vers le bas par la dilatation des gaz de combustion, il atteint sa plus grande vitesse et peut transmettre une puissance optimale au vilebrequin. Sous le piston, la pression commence à monter du fait de la réduction de volume, l'admission est obturée. La lumière d'échappement s'ouvre : Dès que le piston atteint la lumière d'échappement ouverte, le mélange brûlé et chaud est refoulé vers l'extérieur à travers l'ouverture ainsi dégagée. De ce fait, la pression dans le cylindre diminue fortement. Sous le piston en revanche, la pression du mélange aspiré continue à augmenter.

**Point mort bas** : Les gaz brûlés sont refoulés vers l'extérieur à travers la lumière d'échappement par le mélange frais (froid) d'air et d'essence. Le mélange frais contient aussi de l'huile 2temps, indispensable pour lubrifier le piston, le cylindre et les paliers de vilebrequin. La lumière de balayage se ferme : Sous l'action du volant du vilebrequin, le piston remonte dans le cylindre et ferme la lumière de balayage. Les derniers

résidus de mélange brûlé sont alors explosés dans l'échappement (avec un peu de mélange frais).

**Temps de compression :** La lumière d'échappement est à présent fermée et le mélange frais est comprimé par le piston qui remonte. Sous le piston, la pression diminue, ce qui provoque l'aspiration du mélange délivré par le carburateur à travers l'admission alors ouvert.

### **Application :**

Les moteurs à essence à 2temps sont d'ordinateur utilisés sur des véhicules dont la puissance importe plus que la consommation de carburant. Exemple (cyclomoteurs, tronçonneuse, tondeuses à gazon, etc.)

La plupart des gros moteurs Diesel qui sont utilisés pour la propulsion de navires fonctionnent également suivant le principe à 2temps. Ce type de moteur est également utilisé dans les locomotives diesel-hydraulique et diesel électriques.

Dans ces application, on mélange un peu plus de lubrifiant dans le carburant (mélange carburant/huile).



Figure I. 5 Application des moteurs à 2temps.

## Principaux organes constituant d'un moteur :

### La culasse

La culasse ferme la partie supérieure du bloc moteur. Les soupapes sont ménagées dans la culasse. Compte tenu de la grande quantité de chaleur dégagée à cet endroit, le refroidissement doit être très efficace



Figure I. 6 la culasse

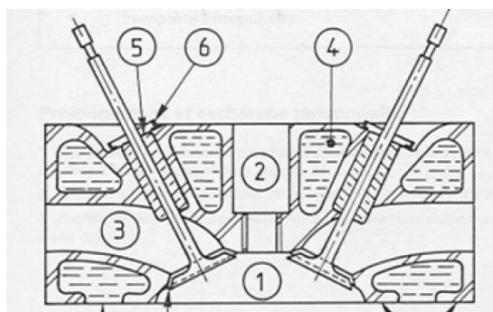
La culasse assure la fermeture des cylindres dans leur partie supérieure, constituant ainsi la chambre de combustion. Elle permet l'arrivée et l'évacuation des gaz, la mise en position des éléments de la distribution et de l'allumage, l'évacuation rapide de la chaleur.

La culasse est obtenue par le moulage puis par usinage de la fonte ou d'alliage en aluminium.

Les contraintes mécaniques étant moins importantes dans une culasse par rapport au bloc-moteur,

les constructeurs ont quasiment abandonné la fonte au profit de l'aluminium, en raison de sa légèreté et sa très bonne conductivité thermique. Un réseau de conduits d'eau et d'huile est pratiqué dans la culasse, l'étanchéité bloc-culasse est assurée par le joint de culasse.

1. Chambre de combustion
2. Cheminée de bougie
3. Chapelles



4. Canalisation de refroidissement
5. Guide soupape
6. Rondelle d'appui du ressort
7. Communication avec le bloc
8. Siège de soupape
9. Plan de joint de culasse

Figure 1-4. Vue en coupe de la culasse d'un moteur à essence.

### **Matière :**

La culasse est une pièce en métal coulé. Ce procédé de fabrication s'explique par sa forme complexe comme c'est le cas pour le bloc-moteur. Comme matière première, on utilise

- L'aluminium
- La fonte

La qualité de la matière première revête une grande importance.

### **Le bloc moteur:**

Le bloc-cylindres est également appelé bloc-moteur. C'est dans le bloc-moteur que se trouvent les cylindres. Le bloc-moteur est fermé en dessous par le carter (ou carter d'huile) et au-dessus par la culasse.



Figure I. 7 Le bloc-cylindres

Le bloc est réalisé par moulage puis par usinage de la fonte ou d'alliage en aluminium moulé. Il constitue le bâti du moteur dont la partie intérieure est usinée pour former les cylindres ou les logements de chemises s'il s'agit d'un moteur à chemises apportées. L'eau de refroidissement circule librement à l'intérieur du carter-moteur. Sa partie supérieure est dressée pour former le plan de joint. La culasse vient s'appuyer sur le plan de joint supérieur pour coiffer les cylindres.

### **Matière :**

Du fait de sa forme complexe, le bloc-moteur est une pièce coulée généralement réalisée en fonte mais parfois aussi en aluminium. Le bloc comporte de nombreuses cavités intérieures permettant le passage du liquide de refroidissement. On peut aussi obtenir une surface résistante à l'usure en appliquant une couche de Nicasil.

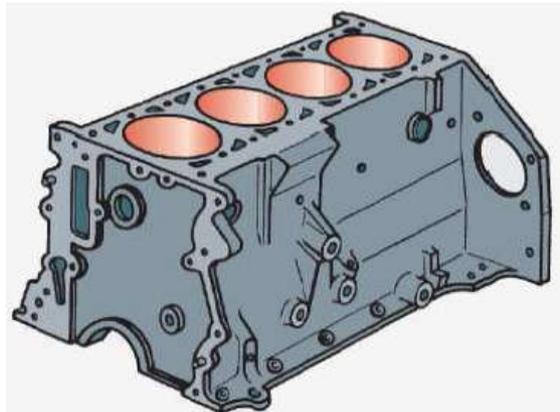


Figure 1-5. Bloc Cylindre non chemisé d'un moteur thermique

### **Le carter d'huile:**

C'est une cuvette en tôle emboutie qui abrite le vilebrequin et les têtes de bielle et qui contient la réserve d'huile de graissage. Il peut être en alliage léger moulé avec des nervures à l'extérieur pour assurer un bon refroidissement de l'huile échauffée par son passage dans le moteur. L'étanchéité entre le carter-moteur et le carter inférieur doit être parfaite. Elle est assurée par un joint plat en liège ou bien par un joint cylindrique, en caoutchouc synthétique ou en silicone, logé dans une gorge.



Figure 1-6. Le carter d'huile.

### **Le Piston:**

Le piston est l'organe qui, en se déplaçant dans le cylindre ou la chemise, transmet la poussée des gas au vilebrequin par l'intermédiaire de la bielle. Il est en général moulé dans un matériau léger et d'une bonne conductivité thermique comme les alliages d'aluminium. La tête et le support d'axe, devant transmettre l'énergie mécanique, sont particulièrement renforcés. Le piston se compose d'une tête ou culot dont le diamètre doit être inférieur à l'alésage du cylindre (dilatation thermique incluse). L'étanchéité est assurée par des segments situés dans des gorges pratiquées sur le pourtour du piston. La partie inférieure ou jupe du piston doit assurer le guidage à froid comme à chaud avec un minimum de frottement.



Figure 1-7. Piston d'un moteur diesel avec cavité en forme oméga.

Afin de limiter la turbulence dans un moteur à allumage commandé et empêcher ainsi l'extinction de l'étincelle, la tête du piston est de forme plane.

Cependant, la turbulence doit être assez importante dans un moteur à allumage par compression car elle favorise l'évaporation et la préparation du mélange homogène après l'injection du carburant liquide en réduisant les délais. Pour se faire, la tête du piston peut contenir différentes formes de cavités telles que représentées sur la figure (1-8).

### **Segments de piston:**

Les segments sont des anneaux brisés, de section carrée ou parallélépipédique. Ils doivent assurer des pressions radiales uniformes sur les parois du cylindre. Les segments pour moteur à 4 temps sont en général au nombre de trois :

Segment coup de feu : en plasma-céramique il doit réaliser la première étanchéité et résister aux températures et pressions élevées.

Segment d'étanchéité : en fonte spéciale, il assure l'étanchéité inférieure de la chambre de combustion en évitant à l'huile de remonter.

Segment racleur : en alliage de fonte, il évite les remontées d'huile tout en laissant un film d'huile permettant la lubrification.

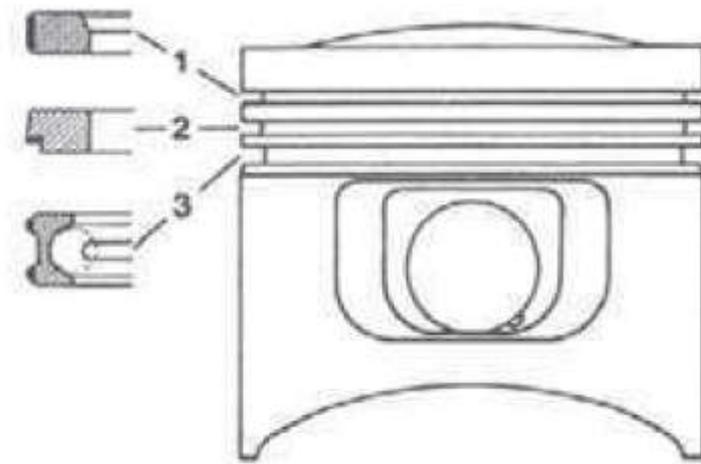


Figure 1-9. Segmentation du piston.

### **Axe de piston:**

L'axe de piston est une pièce cylindrique qui lie le piston à la bielle. Il permet le mouvement oscillatoire piston-bielle pendant la rotation du moteur. L'axe transmet à la bielle la force de pression que reçoit le piston pendant la phase d'expansion des gaz brûlés.

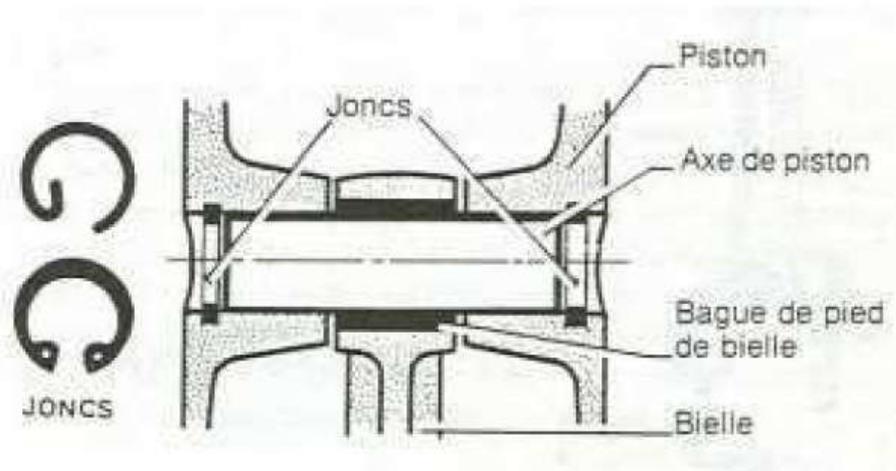


Figure 1-10. Axe de piston.

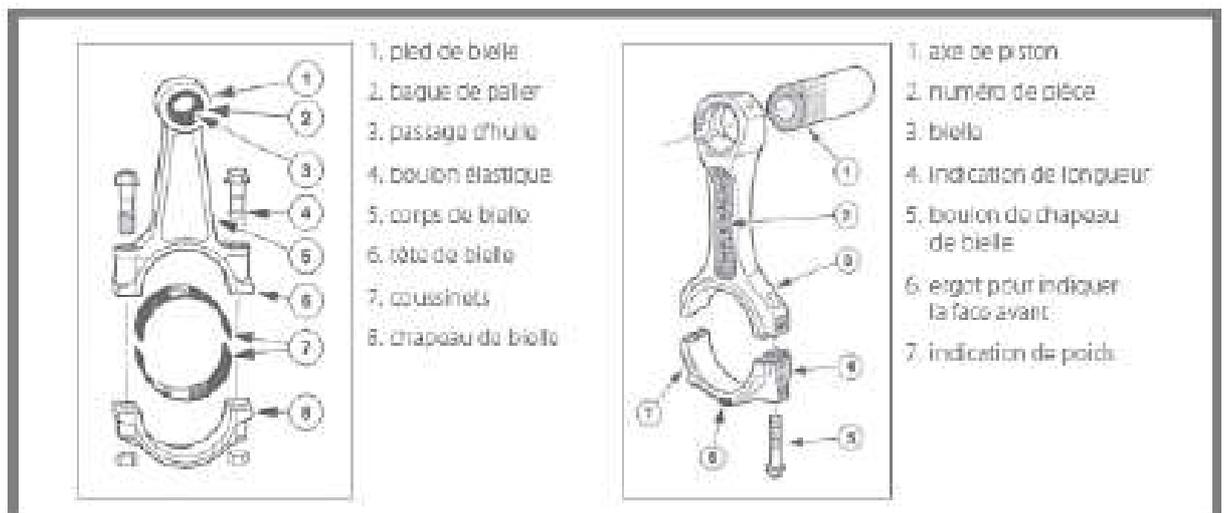
### La Bielle:

La bielle est l'organe de liaison entre le piston et le vilebrequin. Il s'agit d'une tige forgée qui doit être aussi légère mais en même temps aussi solide que possible.

Pièce forgée : pièce ayant subi une trempe locale par magnétisme jusqu'à 1.400 °C.



### Représentation schématique :



## **La bielle se compose de trois parties :**

Le pied relié à l'axe du piston, soit généralement avec une bague en bronze emmanchée à force, soit dans certains cas avec une bague à aiguilles.

Le corps est la partie comprise entre le pied et la tête. Il est de section en forme de "H" ou "I" pour résister aux divers efforts de compression et de traction et pour éviter le flambement.

La tête de bielle qui tourne sur le maneton du vilebrequin est coupée dans un plan perpendiculaire à l'axe de la bielle pour permettre la pose des coussinets et son montage sur le maneton du vilebrequin.

La partie inférieure qui vient coiffer le maneton est appelée chapeau. Ce dernier est généralement fixé par des boulons. La coupe peut être droite ou oblique par rapport à l'axe de la bielle. Pour permettre le tourbillonnement sur le vilebrequin on peut utiliser : soit des roulements à aiguilles; soit des coussinets minces. Dans le premier cas, il faut alors démonter le vilebrequin en plusieurs éléments pour retirer la bielle.

La longueur de la bielle désigne la distance entre l'axe de la tête et l'axe du pied. L'articulation de la tête de bielle avec le maneton de vilebrequin s'effectue par interposition d'un coussinet

mince. Les coussinets minces permettent une bonne longévité et une bonne conductivité. Ils

se présentent sous la forme d'un support en acier, laminé à froid, roulé en demi-cercle,

recouvert d'une fine couche de métal antifricction.

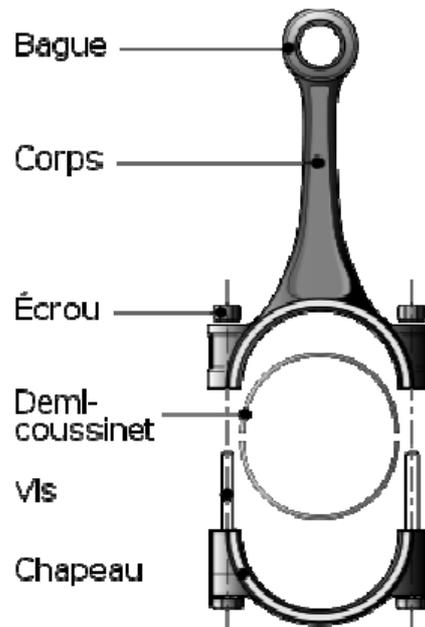


Figure 1-12. Vue éclatée d'une bielle.

### L'arbre à cames:

Un arbre à cames est un dispositif mécanique permettant de synchroniser plusieurs déplacements. Il s'agit d'un arbre muni de plusieurs cames. Il transforme le mouvement de rotation continu de l'arbre en un mouvement de translation alterné (par exemple d'une soupape), ou bien de rotation alterné (par exemple d'un culbuteur). L'arbre à cames est entraîné par le vilebrequin et est doté de cames qui agissent sur les poussoirs des soupapes pour commander leur ouverture.



Figure 1-13. Arbre à cames.

## Les soupapes:

La soupape est un bouchon métallique en acier au Nickel, au Chrome ou au Tungstène dont le rôle est d'ouvrir et de fermer les orifices d'admission et d'échappement afin de permettre la compression, la combustion et l'évacuation des gaz brûlés. Elle se compose d'une tige et d'une tête.

La tige : appelée aussi queue de forme cylindrique est raccordée à la tête par un congé à grand rayon pour diminuer les contraintes et renforcer ainsi la section dangereuse. La tige sert à guider la soupape lors de son mouvement rectiligne alternatif dans un guide qui est rapporté soit dans le bloc, soit dans la culasse.

La tête : de forme tronconique, repose par une partie conique sur un siège pour assurer la fermeture et l'étanchéité de l'orifice d'admission ou d'échappement. La tête se caractérise par son angle de siège égal à  $30^\circ$  ou  $45^\circ$  selon les différents types de moteurs et peut être plate ou bombée.

Les soupapes sont fortement sollicitées au plan thermique. Même si elles bénéficient de l'effet refroidissant des gaz admis, une soupape d'admission peut facilement atteindre une température de service de  $500^\circ\text{C}$ . Sur une soupape d'échappement, la température peut monter jusqu'à  $800^\circ\text{C}$ . Les soupapes d'échappement sont parfois refroidies avec du sodium. Le sodium est incorporé dans la tige creuse et diffuse la chaleur de la tête de soupape vers la tige de soupape. La soupape est composée d'une tête et d'une tige.

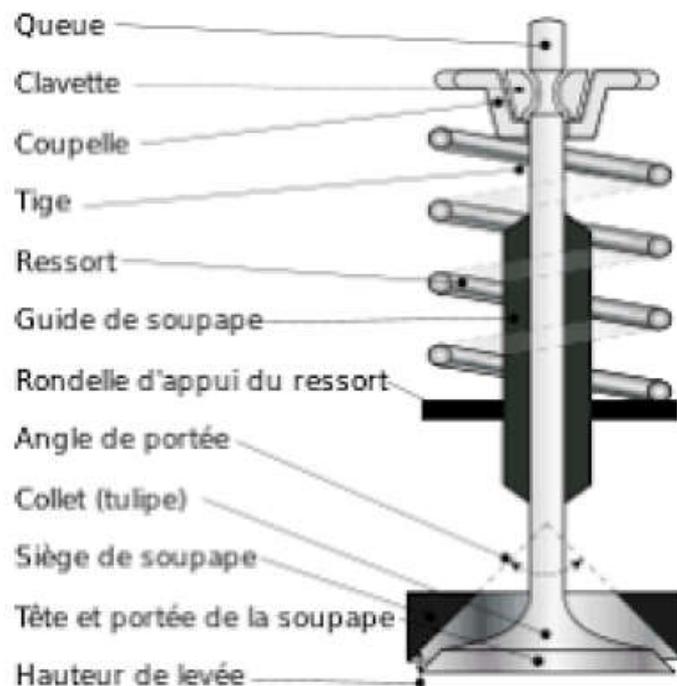


Figure 1-14. Mécanisme de Soupape.

La tête de soupape assure l'obturation du cylindre en combinaison avec le siège de soupape. La tige de soupape est guidée dans la culasse par un guide de soupape. En haut de la tige de soupape se trouve un joint pour éviter toute infiltration d'huile dans la chambre de combustion. La fermeture de la soupape est assurée par un ressort de soupape. La surface de fermeture doit être aussi étroite que possible pour obtenir une pression d'assise optimale. Une surface de fermeture trop étroite entraîne la combustion de la tête de soupape parce que la chaleur n'est pas suffisamment évacuée.

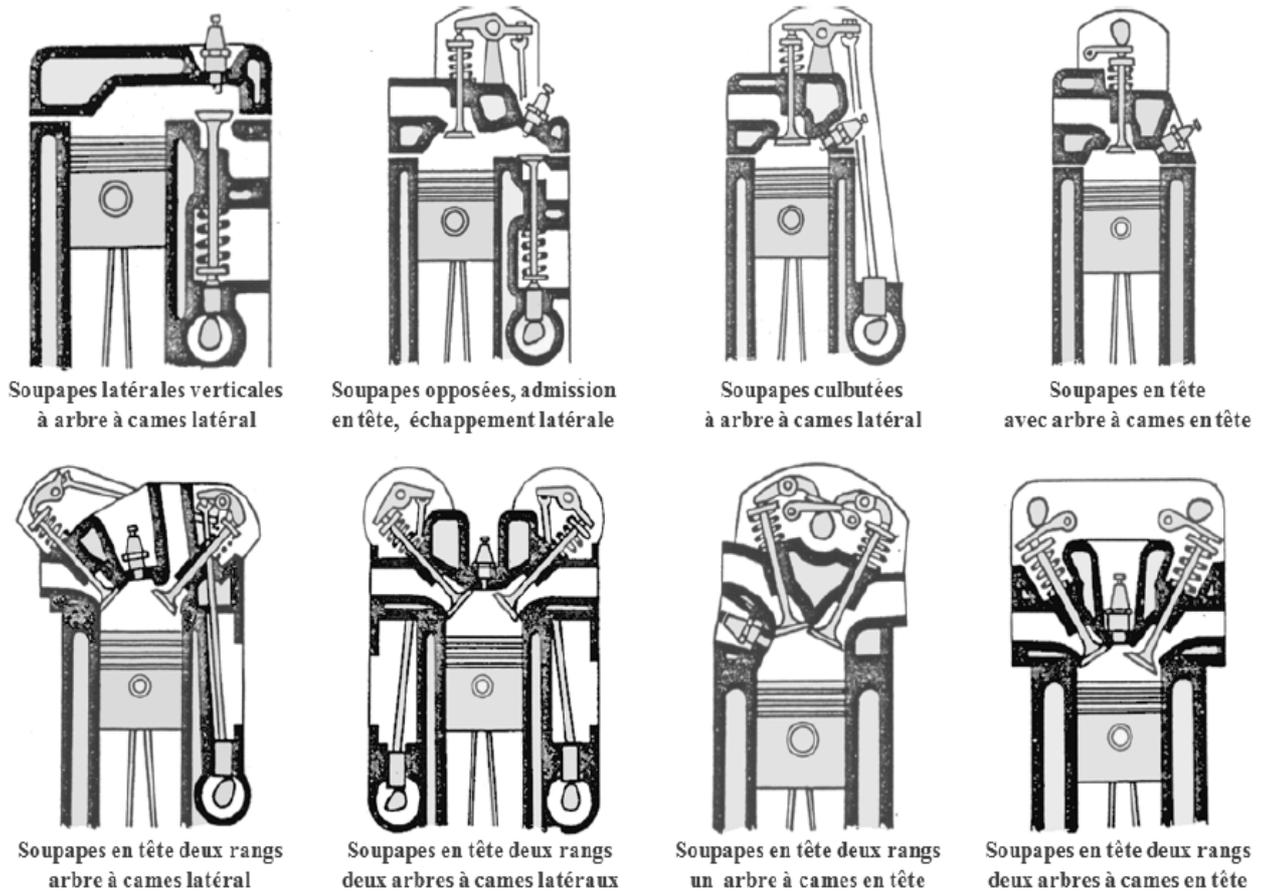


Figure 1-15. Disposition des soupapes et arbres à cames

### Mécanismes à soupapes :

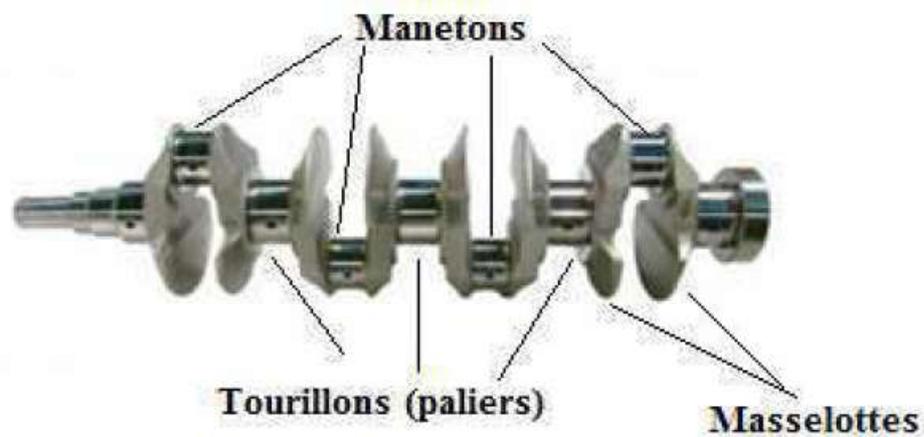


Figure I. 19 Les mécanismes à soupapes.

### **Systemes d'entrainement des soupapes :**

La distribution d'un moteur à 4temps est le mécanisme par lequel le vilebrequin entraine

l'arbre à cames. L'entrainement de l'arbre à cames par le vilebrequin doit s'effectuer suivant le bon rapport de transmission.

La transmission et l'entrainement peuvent se faire par :

1. Engrenages
2. Par chaines
3. Par courroie crantée

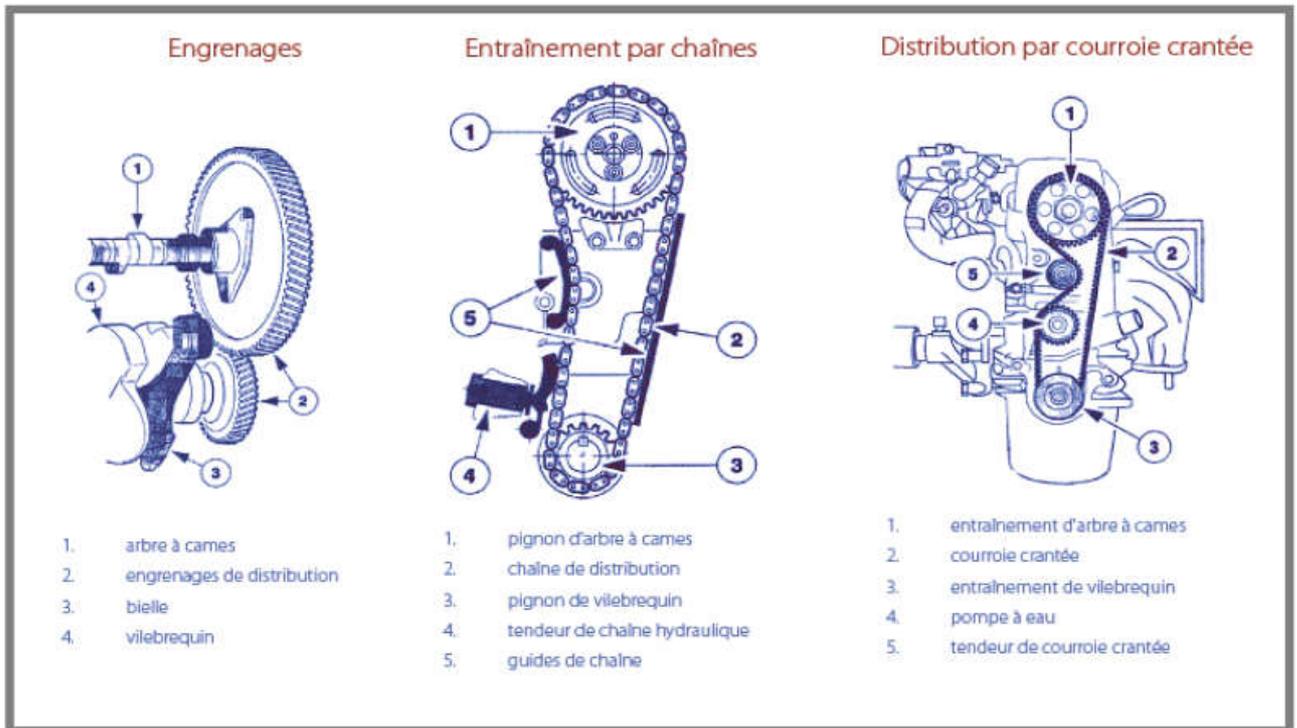


Figure I. 20 Systèmes d'entraînement des soupapes

### Le Vilebrequin:

Un vilebrequin est un axe excentrique qui convertit un mouvement rectiligne en un mouvement rotatif. Il comportant une ou plusieurs manivelles qui sont reliées aux pistons mobiles par l'intermédiaire d'une bielle.



Figure I. 14 Le vilebrequin.

Quand le piston descend, la manivelle est repoussée et fait tourner le vilebrequin.  
Le vilebrequin est un élément important dans tout ensemble générant un mouvement

Motorisé ; il doit être conçu au millimètre près car il est soumis à de fortes pressions. De plus, comme il atteint des vitesses de rotation élevées.

### **Matière :**

Les vilebrequins coulés sont fabriqués en acier pur de divers types.  
Paliers de vilebrequin :

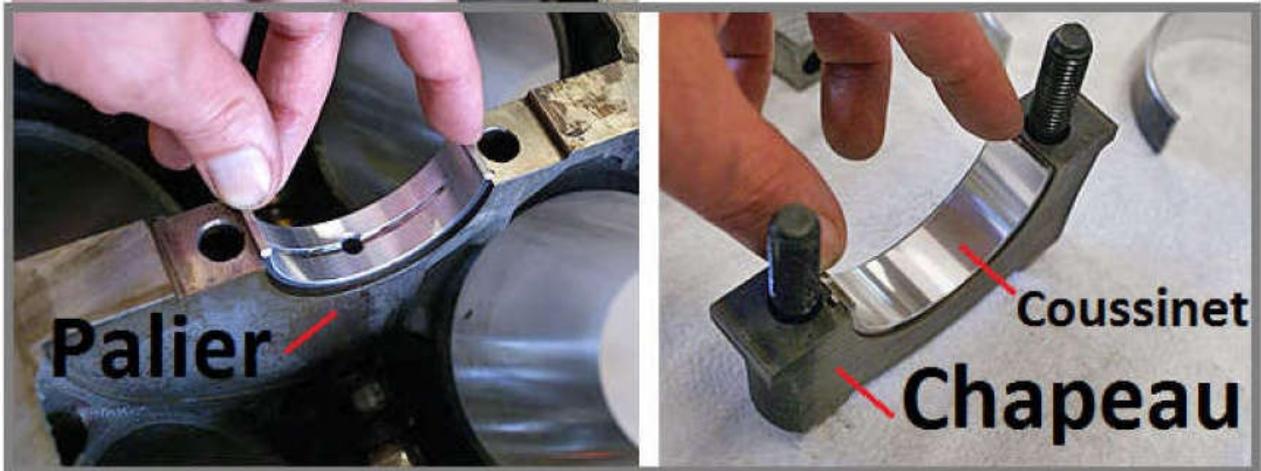


Figure I. 15 Les paliers de vilebrequin.

Des demi-paliers sont ménagés dans le bloc-moteur. ces paliers sont composés d'un support en acier sur lequel la matière formant palier est appliquée en plusieurs couches.

Ces demi-paliers sont appelés coussinets.

Il en existe deux modèles :

- Le coussinet semi-circulaire classique
- Le coussinet axial

Chaque coussinet comporte un ergot qui s'emboîte dans un évidement formé dans le bloc moteur pour empêcher le coussinet de tourner. Un trou est pratiqué dans l'un des deux coussinets associés. Celui-ci sert à favoriser l'apport en lubrifiant.

### **Etanchéité du vilebrequin :**

Un vilebrequin doit être parfaitement étanche à l'huile. On ne peut tolérer aucune perte d'huile du côté distribution ou du côté volant. Le joint se compose d'une bague d'étanchéité qui est généralement montée dans une bride spéciale (voir figure ci après).

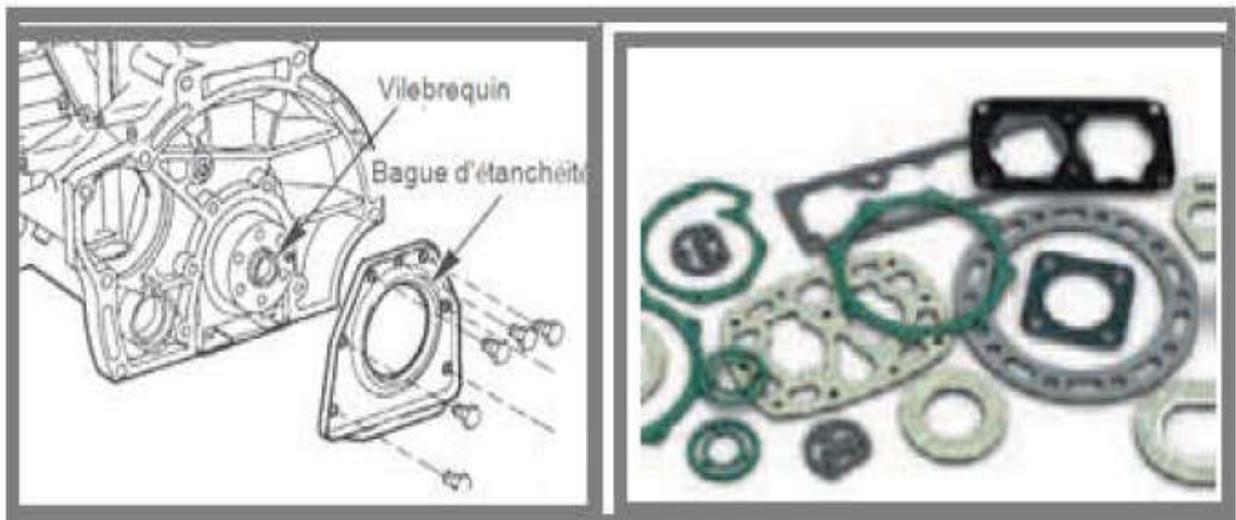


Figure I. 16 Etanchéité du vilebrequin :

### **Le volant moteur :**

Est fixé à l'autre extrémité. La fixation est assurée par des boulons des boulons à pas de vis très fin.



Figure I. 17 Le volant moteur.

### **Important :**

Observez que les trous ne sont pas répartis uniformément sur la circonférence.

Le volant est équilibré en même temps que le vilebrequin et ne peut donc être monté que dans une seule position

## **Etude Cinématique**

### **Introduction :**

Quel que soit le moteur à étudier, on remarque de nombreux groupes d'organes assurant des fonctions identiques il est donc possible de faire une étude de la construction en groupant les organes d'après leur fonction.

Notre étude est réservée uniquement aux organes mobiles (piston, bielle manivelle)

L'étude cinématique de l'embellage est nécessaire pour déterminer la relation entre le déplacement du piston, sa vitesse son accélération en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin ( $\theta$ ).

On représente la manivelle par son rayon ( $r$ ) et par sa longueur ( $L$ ).

L'articulation au point (B) (tête de bielle) lie la bielle à la manivelle

L'autre extrémité de la bielle (A) (pied de bielle) est liée au piston par (l'axe de piston) :

### Notations, conventions :

$w$  : vitesse en radian /Seconde du vilebrequin  $w = 2*\pi*N/60$ ,

$N$  : vitesse en tour/minute du vilebrequin,

Angle de vilebrequin  $\theta = \omega*t$ ,  $t$  : temps,

Rayon du maneton du vilebrequin  $OB = r$ ,

Longueur de la bielle :  $BA = L$ .

On pose  $\lambda = r/L$ . (valeur courant : 0.3)

Pour la suite des calculs on fait varier le rayon de la manivelle ( $r = 50\text{mm}$  ;  $38\text{mm}$  ;  $75\text{mm}$ ) afin d'étudier l'influence géométrique de coefficient d'élanement sur les efforts exercés ( $\lambda = r/L$ ).

### Etude cinématique du système Bielle-Manivelle :

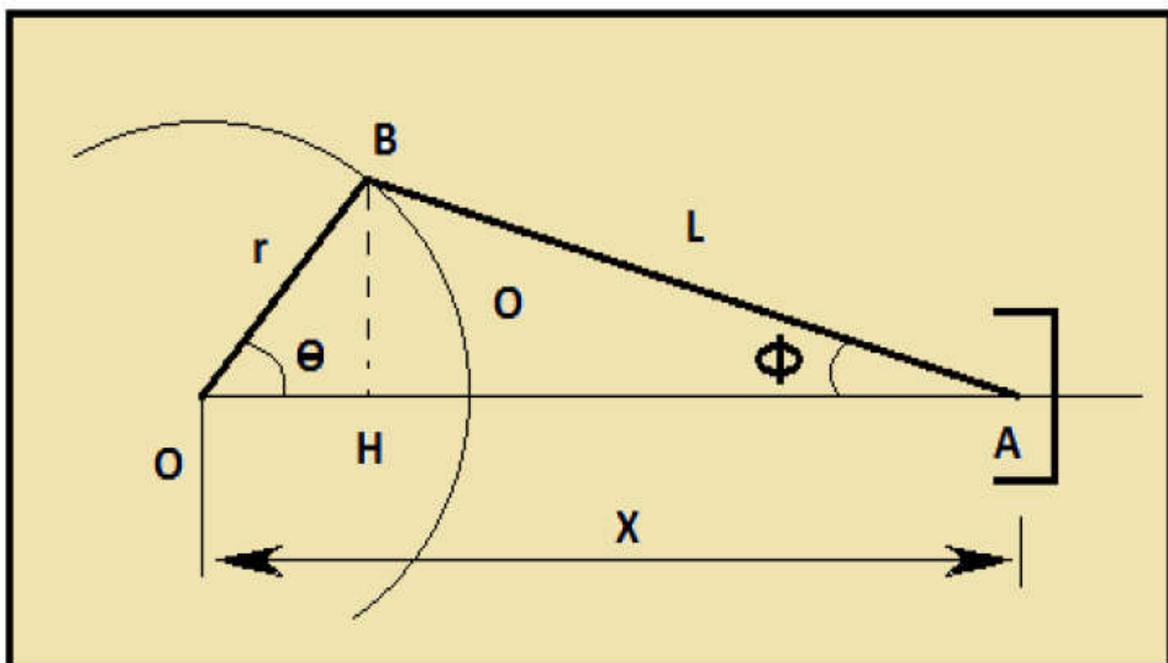


Figure II. 1 Système bielle-manivelle.

I-2-1- Elongation du piston :

**1ère Méthode :**

Relation vectorielle :  $OA = OB + BA$  qui s'écrit en projection

Sur  $ox$  :  $X = r \cdot \cos \theta + l \cdot \cos \phi$

Tandis que  $BH = r \cdot \sin \theta = L \cdot \sin \phi$

Et donc :  $\sin \phi = \left(\frac{r}{L}\right) \sin \theta = \lambda \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$

L'élongation du piston a pour expression :

$$X = r \cdot \cos \theta + L \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}$$

**Vitesse du piston :**

La vitesse du piston est calculée en dérivant par rapport au temps l'élongation du point A. Afin de présenter des relations simplifiées, un développement limité au 4<sup>ème</sup> terme est effectué.

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \sin^2 \theta - \frac{1}{8} \cdot \lambda^4 \sin^4 \theta + \dots$$

Le développement limité est arrêté à l'ordre 4, en effet si :  $\lambda = 0.25$ , alors  $\lambda^4 = 1/256$  et  $\frac{1}{8} \cdot \lambda^4 \sin^4 \theta$  inférieur à  $1/2000$ .

Alors l'élongation  $X$  du point A s'écrit :

$$X = r \cdot \cos \theta + L \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \sin^2 \theta - \frac{1}{8} \cdot \lambda^4 \sin^4 \theta\right)$$

On considère deux triangles :  $A\hat{B}H$  et  $O\hat{B}H$

$$\begin{cases} \sin \phi = \frac{BH}{L} \\ \sin \theta = \frac{BH}{r} \end{cases}$$

$$\frac{\sin \phi}{\sin \theta} = \frac{BH}{L} * \frac{r}{BH} = \frac{r}{L} = \lambda$$

**2<sup>ème</sup> Méthode :**

**Le vecteur de position :** par rapport OXY :

$$OA = OB + BA = \begin{cases} r \cdot \cos \theta + L \cdot \cos \phi \\ r \cdot \sin \theta + L \cdot \sin \phi \end{cases}; BA = \begin{cases} L \cdot \cos \phi \\ L \cdot \sin \phi \end{cases}$$

**Le vecteur de vitesse :**

$$\begin{cases} -r \cdot \theta' \cdot \sin \theta - L \cdot \phi' \cdot \sin \phi \\ 0 \text{ puisque } OA \perp \text{ sur } OY \end{cases}$$

Ou bien :

$$A = \frac{d^2 X}{dt^2} = -\omega^2 \cdot r \cdot (\cos \theta + \lambda \cdot \cos 2\theta)$$

**Accélération du vilebrequin :**

$$\gamma_B = \begin{cases} -r \cdot \theta'' \cdot \cos \theta \\ -r \cdot \theta'' \cdot \sin \theta \end{cases}$$

**Remarque :**

$$\left( \begin{array}{l} \theta'' = 0 \text{ car } \theta' = \text{cte}; N = 800 \text{ tr/min} \\ \omega = \frac{2\pi N}{60} = 83.73 \text{ rad/sec} \end{array} \right)$$

$$\frac{\sin \phi}{\sin \theta} = \frac{r}{L} = \lambda; \phi = \text{Arc sin}(\lambda \cdot \sin \theta)$$

$$\phi' = \frac{d\phi}{dt} = \omega \cdot \lambda \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \phi}$$

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}$$

$$\phi'' = \frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{\lambda \cdot \omega^2 \cdot (\lambda^2 - 1) \cdot \sin \theta}{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \theta)^{3/2}}$$

## Volume du cylindre en fonction de l'angle du vilebrequin :

Le volume du cylindre a pour expression :

$$V = V_m + (L + r - X) \cdot S_p$$

$S_p$  : section du cylindre ;  $V_m$  : volume mort) , il s'écrit encore :

$$V = V_m + r \cdot \left( (1 - \cos \theta) + L \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta} \right) \right) \cdot S_p$$

Soit :

$$V(\theta) = V_m + C_y \cdot f(\theta)$$

Détermination graphique des vitesses du système bielle-manivelle :

On applique à chacun des solides le théorème de l'équiprojectivité des vitesses.

la vitesse de rotation du vilebrequin est  $\omega$ ,

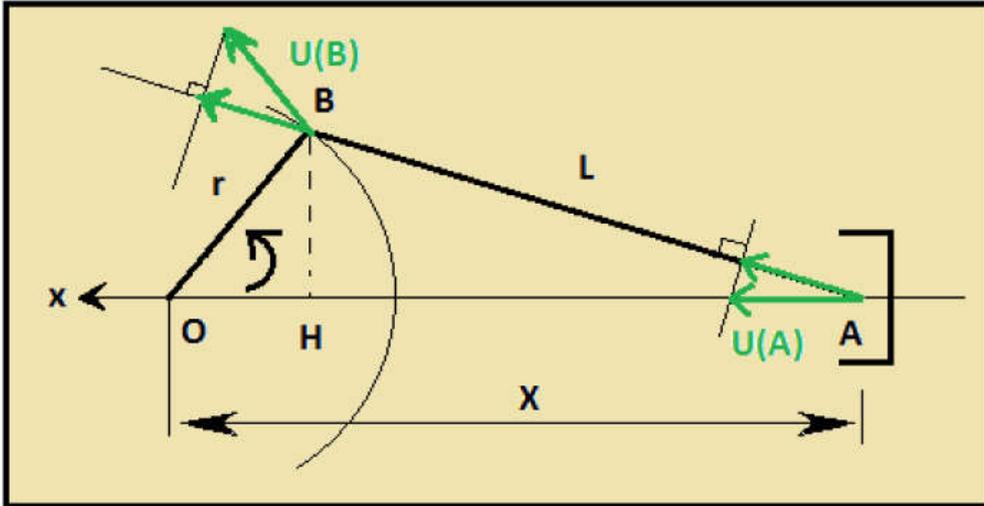
la vitesse du point B :  $V_B = \omega \cdot r$

se projeté sur AB en  $V_{B/AB}$ .

Au point A, la projection sur AB de la vitesse du piston  $V_{(A)}$  selon l'axe OX est égale:

à  $V_{\left(\frac{A}{AB}\right)}$

$$V_{\left(\frac{A}{AB}\right)} = V_{B/AB}$$



la projection des vitesses des points (A et B) sur AB