

TP2  
 METHODES NUMERIQUES

**Méthode de décomposition LU**

Décomposition de la matrice A de façon à la mettre sous la forme  $A=LU$  où L est une matrice triangulaire unitaire inférieure et U est une matrice triangulaire supérieure.

Le système devient :

$$Ax = b \Leftrightarrow L U x = b \Leftrightarrow \begin{cases} Ly = b \\ Ux = y \end{cases}$$

La résolution du système  $Ax=b$  revient à résoudre les deux systèmes  $Ly=b$  et  $Ux=y$ . Puisque L et U sont triangulaires, la résolution est immédiate.

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n-1} & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n-1} & u_{2n} \\ 0 & 0 & \dots & u_{3n-1} & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

Voici l'algorithme de factorisation présenté dans le cours :

```

Début
    u11 = a11
    Pour j=2 à n faire
        u1j = a1j
        lj1 = aj1 / a11
    Fin pour
    Pour i=2 à n-1 faire
        uii = aii - ∑k=1i-1 likuki
        Pour j=i+1 à n faire
            uij = aij - ∑k=1i-1 likukj
            lji = (1 / uii) (aji - ∑k=1i-1 ljkuki)
        Fin pour
    Fin pour
    unn = ann - ∑k=1n-1 lnkukn
Fin
    
```

**Question**

Ecrire un programme Matlab qui réalise la factorisation et la résolution du système d'équations.