



## Énergie d'un mouvement harmonique simple

L'énergie mécanique d'un système masse-ressort est emmagasinée sous forme d'énergie potentielle élastique par le ressort et sous forme d'énergie cinétique par la masse. L'énergie potentielle élastique durant l'oscillation du système masse-ressort est donnée par

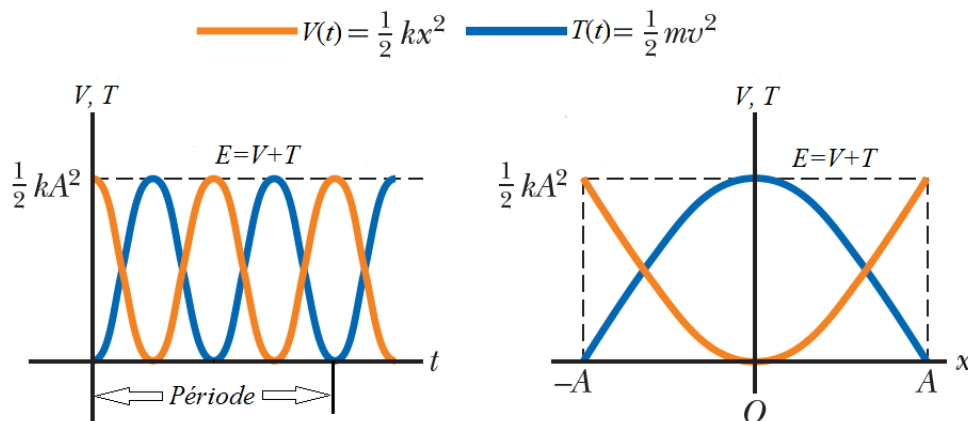
$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \\ V(t) = \frac{1}{2} kx^2(t) \end{cases} \Rightarrow V(t) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

où  $V(t)$  est l'énergie potentielle élastique (à l'instant  $t$ ) en joules.

L'énergie cinétique durant l'oscillation du système masse-ressort est donnée par

$$\begin{cases} v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ T(t) = \frac{1}{2} mv^2(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T(t) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ = k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

où  $T(t)$  est l'énergie cinétique (à l'instant  $t$ ) en joules.



Pour de petites oscillations du système masse-ressort, l'énergie mécanique est constante comme on le voit avec le développement

où  $E$  est l'énergie mécanique (constante) en joules.

$$\begin{aligned} E &= V(t) + T(t) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned}$$



- a) **Un système masse-ressort possède une énergie mécanique de 0,6 J, une masse de 1,2 kg et une constante de rappel de 480 N/m.**
- a) Quelle est l'amplitude des oscillations ?
- b) Quelle est la grandeur de la vitesse maximale ?
- c) Si la constante de phase est nulle, aux quels instants, durant le 1er cycle d'oscillation, l'énergie cinétique est-elle égale à l'énergie potentielle ?

- a) L'amplitude des oscillations

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.6}{480}} = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm.}$$

- b) La grandeur de la vitesse maximale

$$v_{max} = \omega A$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \times A = \sqrt{\frac{480}{1.2}} \times 0.05 = 1 \text{ m/s.}$$

- c) Les instants aux quels, durant le 1er cycle d'oscillation, l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

$$V(t) = T(t)$$

$$\frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t) = kA^2 \sin^2(\omega t)$$

$$\cos^2(\omega t) = \sin^2(\omega t)$$

$$\tan^2(\omega t) = 1$$

$$\tan(\omega t) = \pm 1$$

$$\omega t_n = \frac{\pi}{4} + (n-1) \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, 3, 4$$

$$t_n = \frac{2\pi}{8\omega} + (n-1) \frac{2\pi}{4\omega}, \quad n = 1, 2, 3, 4$$

$$t_n = \frac{T}{8} + (n-1) \frac{T}{4}, \quad n = 1, 2, 3, 4$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1.2}{480}} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

$$t_1 = \frac{T}{8} = 0.0393 \text{ s}; t_2 = \frac{\pi}{10} \left(\frac{3}{8}\right) = 0.118 \text{ s}; t_3 = \frac{\pi}{10} \left(\frac{5}{8}\right) = 0.196 \text{ s}; t_4 = \frac{\pi}{10} \left(\frac{7}{8}\right) = 0.275 \text{ s.}$$

