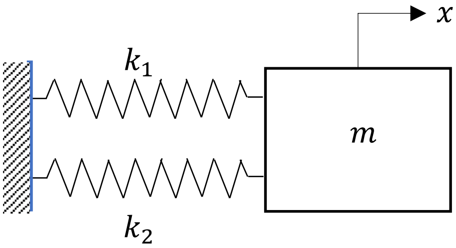
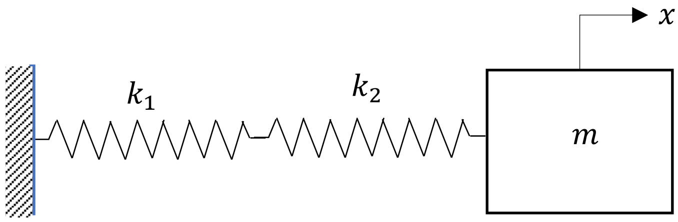
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة وهران للعلوم والتكنولوجيا محمد بوضياف
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF
Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Mécanique

Enseignant : Djilali BOUTCHICHA

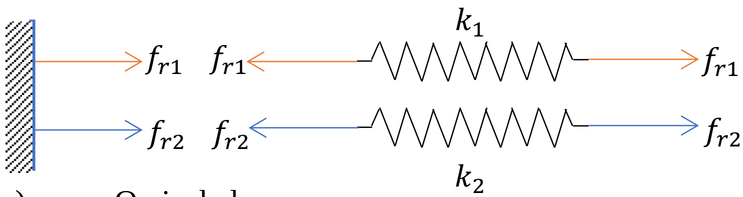
Exercice 1

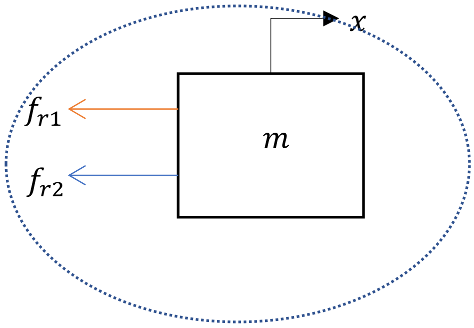
Déterminer les pulsations propres (naturelles) des systèmes illustrés ci-dessous.





Les deux ressorts s'allongent du même déplacement x.





a) On isole la masse m

b) On applique la loi de la dynamique

$$\sum F_x = ma_x$$

$$-f_{r1} - f_{r1} = ma_x$$

c) On relie les forces aux variables

$$f_{r1} = k_1 x$$

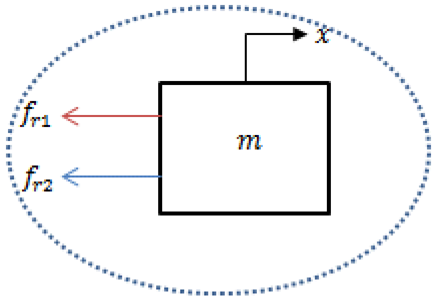
$$f_{r2} = k_2 x$$

$$-k_1 x - k_2 x = m\ddot{x}$$

d) On réarrange

$$m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{(k_1 + k_2)}{m} x = 0$$



e) La pulsation propre est

$\omega_n = \sqrt{\frac{(k_1+k_2)}{m}}$; Le coefficient de raideur équivalent $k_{eq} = (k_1 + k_2)$

Le déplacement de la masse m est égal à la somme des allongements des deux ressorts

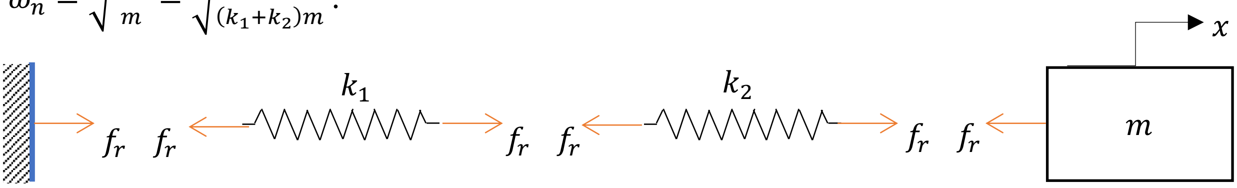
$$x = x_1 + x_2$$

La tension dans les ressorts est identique

$$f_r = k_1 x_1 = k_2 x_2 = k_{eq} x \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{f_r}{k_1} \ ; \ x_2 = \frac{f_r}{k_2} \ ; \ x = \frac{f_r}{k_{eq}}$$

$\frac{f_r}{k_{eq}} = \frac{f_r}{k_1} + \frac{f_r}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow$ Le coefficient de raideur équivalent $k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1+k_2)m}}.$$

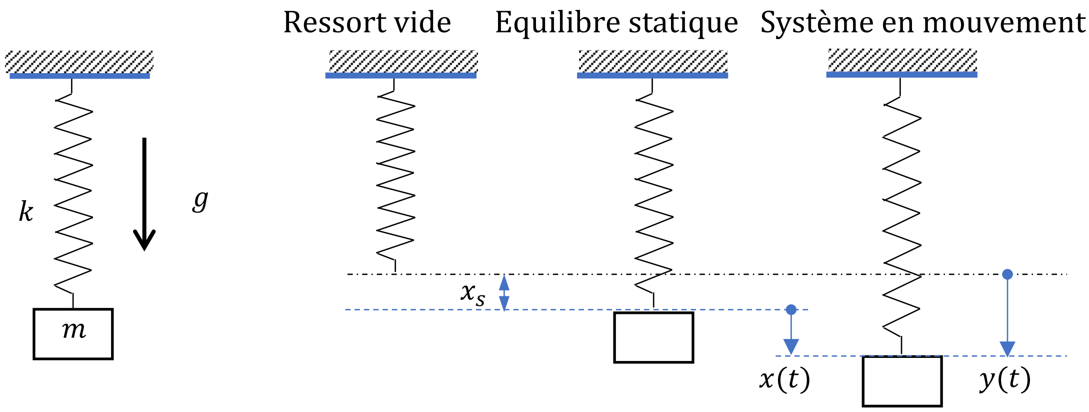


الجمهوريـــــــــــــــــة الجزائريــــــــــة الديمقراطيـــــــة الشعبيـــــــة
وزارة التعليـــــــــم العـــــــالي والبحـــــــث العلـــــمي
جامعة وهران للعلوم والتكنولوجيا محمد بوضياف
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF
Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Mécanique

Enseignant :
Djilali
BOUTCHICHA

Exercice 2.

Déterminer l'équation de mouvement du système en fonction de (y : l'allongement total) et de (x : l'allongement relatif à la position d'équilibre statique). Discuter de l'effet de la gravité sur la fréquence naturelle.

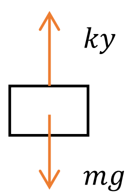


Equilibre statique

$$+\downarrow \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad -kx_s + mg = 0$$

$$kx_s = mg \quad \Longrightarrow \omega_n^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{x_s}$$

Equilibre Dynamique



$$+\downarrow \sum F = ma \quad \Rightarrow \quad -ky + mg = ma$$

$$m\ddot{y} + ky = mg$$

Changement de variable

$$y(t) = x(t) + x_s$$

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t)$$

$$\ddot{y}(t) = \ddot{x}(t)$$

On remplace dans l'équation de mouvement

$$m\ddot{x} + kx + kx_s = mg$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$