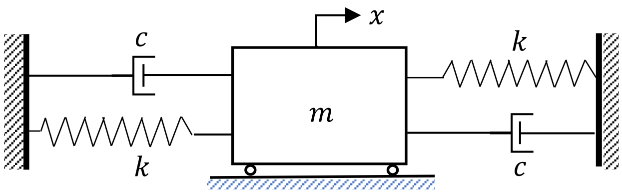
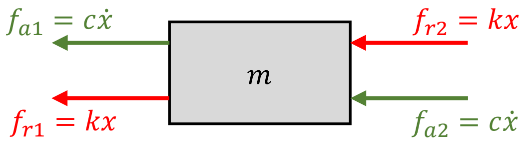
Enseignant Djilali BOUTCHICHA

a) Déterminer l'équation de mouvement du système (méthode de Newton).



Isoler la masse et tracer le diagramme du corps libre



Application de la 2ème loi de Newton

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum f_x = ma_x$$

$$m_a = -f_{a1} - f_{r1} - f_{a2} - f_{r2}$$

Relier les forces aux paramètres du problème

$$f_{r1} = kx$$

$$f_{a1} = c\dot{x}$$

$$f_{r2} = kx$$

$$f_{a2} = c\dot{x}$$

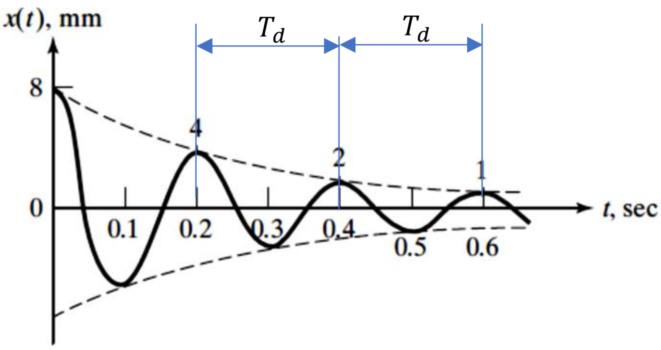
Remplacer dans l'équation d'équilibre dynamique

$$m\ddot{x} = -kx - c\dot{x} - kx - c\dot{x}$$

L'équation de mouvement

$$\boxed{m\ddot{x} + 2c\dot{x} + 2kx = 0}$$

b) A partir du graphe calculer…



La pseudo période

$$T_d = 0.2\ s$$

La pseudo pulsation

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = \frac{2\pi}{0.2} = 31.416\ rad/s$$

$$\omega_d = 31.416\ rad/s$$

Le décrément logarithmique

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\frac{x_i}{x_{i+n}} = \tfrac{1}{1}\ln\tfrac{8}{4} = \ln 2 = 0.69315$$

$$\delta = 0.69315$$

Le facteur d'amortissement

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \delta^2 = \frac{4\pi^2\xi^2}{1-\xi^2} \Rightarrow \left(4\pi^2+\delta^2\right)\xi^2 = \delta^2$$

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\left(4\pi^2+\delta^2\right)}} = \frac{\ln 2}{\sqrt{4\pi^2+\left(\ln 2\right)^2}} = 0.10965$$

$$\xi = 0.10965$$

c) Déduire la fréquence naturelle, la constante de raideur k et le coefficient d'amortissent c

Pulsation propre

comme $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, on trouve

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{10\pi}{\sqrt{1-0.10965^2}} = 31.607\ rad/s$$

$$\omega_n = 31.607\ rad/s$$

$$m\ddot{x} + 2c\dot{x} + 2kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{2c}{m}\dot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

La masse $m = 100.0\ kg$

La constante élastique

$$2k = m\omega_n^2 \Rightarrow k = \frac{m}{2}\omega_n^2 = 50\left(31.607\right)^2 = 49950.0\ N/m$$

$$k = 49950.0\ N/m$$

Le coefficient d'amortissement

$$\xi = \frac{c_{eq}}{c_c} = \frac{2c}{2m\omega_n}$$

ainsi $c = \xi m\omega_n = 0.10965 \times 100 \times 31.607 = 346.57\ N-s/m.$

$$c = 346.57\ N-s/m.$$