USTO MB-Faculté des Mathématiques et Informatique
-Département d'Informatique

Fiche TD 1 - AlgèbreI- Licence Informatique L1 2023/2024

<u>Exercice 1 :</u> Dans chacun des cas suivants, dire si la proposition est vraie ou fausse tout en justifiant votre réponse :.

1- $\exists! x \in \mathbb{R} \;/\; e^x = 1$ **2-** $\exists y \in \mathbb{R}\,;\ \ \forall x \in \mathbb{R}/x \leq y\,;$ **3-** $\forall x \in \mathbb{R};\ \ , \exists y \in \mathbb{R}, /x \leq y\,;$
4- $(\exists x \in \mathbb{R}/x+3=0 \; et \; 2x-5=0)\,;$ **5-** $(\exists x \in \mathbb{R}/x+3=0) \; et \; (\exists x \in \mathbb{R}/2x-5=0)\,;$

6- $\forall x \in \mathbb{R}, (x+1 \neq 0 \; ou \; x+2 \neq 0)\,;$ **7-** $(\forall x \in \mathbb{R}, x+1 \neq 0) \; ou \; (\forall x \in \mathbb{R}, x+2 \neq 0)$

<u>Exercice 2 :</u>

1. Donner la négation des propositions suivantes :
   a- $\forall x \in \mathbb{R}\ , 6x > x$
   b- $\forall x \in \mathbb{R}\ , \ x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}$ existe
   c- $\exists x \in \mathbb{R} \;/\; f(x) = 0.$
2. Écrire les contraposées des implications suivantes : :
   a- $\forall n \in \mathbb{N}\ , \; n \; premier \; \Rightarrow n = 2 \; ou \; n \; est \; impair$
   b- $xy \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \; et \; y \neq 0$

<u>Exercice 3</u> : Soient E et F deux ensembles. Soit f une application qui à tout élément de E fait correspondre un élément, noté $f(x)$ de F.
Soit la proposition :$\forall x \in E, \forall y \in E, f(x) = f(y) \Rightarrow x = y.$

1. Écrire la négation ainsi que la contraposée de cette proposition
2. Écrire la négation de la contraposée ainsi obtenue
3. Comparer les deux négations obtenues en 1) et 2).

<u>Exercice 4 :</u>

1. Montrer par récurrence que :
   a- $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 1.1! + 2.2! + ...n.n! = (n+1)! - 1$
   b- $\displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\ ,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$
   c- $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \ 2^n > n$
2. Montrer que la proposition :$\forall (a,b)) \in \mathbb{R}^2,\ |a+b|$=a+b est fausse
3. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}\,;\ |x-1| \leq x^2 - x + 1$

<u>Exercice 5 :</u>

1. Soit n un entier relatif et P(n) la proposition suivante :$(n^2 \; est \; pair) \Rightarrow (n \; est \; pair)$
   Écrire la contraposée de P(n) et démontrer que P(n) est vraie.
2. En utilisant le raisonnement par contraposée montrer que : Soit$a \in \mathbb{R}$.
   Si a^2 n'est pas un multiple entier de 16, alors $a/2$ n'est pas un entier pair

<u>Exercice 6 :</u>

1. Démontrer par l'absurde que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel.
2. Démontrer par l'absurde la proposition suivante : Si n est le carré d'un nombre entier non nul alors 2n n'est pas le carré d'un nombre entier .