<u>Exercice1 :</u>Soit $E = \{a, b, c\}$ un ensemble .Peut on écrire :

1. **a)-** $a \in E$,**b)** $a \subset E$ **c)**-$\{a\} \subset E$ **d)** $\varnothing \in E$ **e)**$\varnothing \subset E$ **f)**-$\{\varnothing\} \subset E$
2. Soient $A = \{1, 2\}$; $B = \{2, 3\}$ et $C = \{3, 6, 9\}$.
   Décrire les ensembles $A \cap B$, $A \cup B$, $A \times B, B \times A$, $A \cap C$, $(A \times B) \cap (B \times A)$ et $\mathbf{P(A)}$ (ensemble des parties de A)

<u>Exercice2 :</u>Soit E un ensemble ,montrer pour toutes parties A,B,C de E

1. $\complement_E^{(A\cup B)} = \complement_E^{(A)} \cap \complement_E^{(B)}$; $\complement_E^{(A\cap B)} = \complement_E^{(A)} \cup \complement_E^{(B)}$
2. a-$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$; b-$A \cap B = A \cup B \iff$ A = B
3. $A \cup B = A \cap C \iff B \subset A \subset C.$
4. $A \subset B \Leftrightarrow \complement_E^{(B)} \subset \complement_E^{(A)} \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A$
5. $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

<u>Exercice3 :</u> Soient f :$\mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ et g : $\mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ les applications définies par : $f(x) = 2x + 3$ et $g(x)$ =$x^2 - 5$; A-t-on f ∘ g = g ∘ f ?

<u>Exercice 4 :</u> Les applications suivantes sont-elles injectives ?surjectives ?bijectives ?

1. f_1 :$\mathbb{N} \rightarrowtail \mathbb{N}$ l'application définie par $f_1(n)$=n(n+1)
2. f_2 :$\mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ l'application définie par $f_2(x)$=$x^2 + 2x + 3$
3. f_3 :$]1, +\infty[\rightarrowtail \mathbb{R}_+^*$ l'application définie par $f_3(x)$=$ln(x)$

<u>Exercice 5 :</u> Soit f :$\mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ l'application définie par $f(x)$=$ln(|x| + \dfrac{1}{e})$.

1. f est -elle injective ? surjective ?
2. Montrer que la restriction g de f définie par : g :$[0, +\infty[\rightarrowtail [-1, +\infty[$ / g(x)=f(x) est une bijection et calculer f^{-1}.

<u>Exercice 6 :</u>Dans chacun des cas suivants, déterminer $f(I)$ puis vérifier que f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$ puis préciser f^{-1}

1. $f(x) = \dfrac{2x}{1+x^2}$, $I =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$.
2. $f(x) = \dfrac{x}{1+|x|}$, $I = \mathbb{R}$.

<u>Exercice 7 :</u> Soit f :$\mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ l'application définie par $f(x)$=$\dfrac{2x}{1+x^2}$.

1. Déterminer l'ensemble $f(\{-1, 0, \dfrac{1}{2}, 2\})$,$f^{-1}(\{1, 2\})$.
2. L'application f est-elle injective ? surjective ?
3. Montrer que l'équation f(x)=y a des solutions si et seulement si y $\in [-1, 1]$.En déduire que $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$
4. Montrer que la restriction g :$[-1, 1] \to [-1, 1]$, g(x)=f(x) est une bijection.

<u>Exercice 8 :</u> Soit f : $\mathbb{R} \rightharpoonup \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2$. Soient A =[-2,1] et B= [-1,4].

1. Comparer $f(A \cap B) et f(A) \cap f(B)$ et comparer $f(A \cup B) et f(A) \cup f(B)$
2. Déterminer $f(f^{-1}(A))$ et $f^{-1}f(A))$