Exercice1 :

1. Montrer que les ensembles suivants possèdent une structure d'espace vectoriel sur le corps commutatif $\mathbb{K}$ donné (pour les lois usuelles) $\mathbb{R}$,$\mathbb{C}$, $\mathbb{R}^2$,$\mathbb{R}^3$ ($\mathbb{K}$= $\mathbb{R}$)
2. Montrer que tout corps commutatif est un $\mathbb{K}$ espace vectoriel.
3. L'ensemble $\mathbb{R}^2$ muni des lois suivantes est-il un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$?
   (x, y) + (x', y') = (x+x', y+y') et λ.(x, y) = $(2\lambda x, 0)$

Exercice2 : Soit $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2/xy \geq 0\}$

1. Est ce que $\lambda u \in E$ pour $u \in E$ et $\lambda \in \mathbb{R}$?
2. Trouver deux vecteurs $u, v \in E$ dont $u + v \notin$ E. E est il un $\mathbb{R}$ espace vectoriel ?

Exercice3 :

1. Les sous-ensembles F suivants sont-ils des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^2$?
   1-F=$\mathbb{Z}^2$ **2-**F=$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2/|x| = |y|\}$ **3-**F=$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2/y = x\}$ **4-**F=$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2/x \leq y\}$
2. Les sous-ensembles suivants sont ils des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$?
   1-F_1=$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/x - y + 2z = 0\}$ **2**-F_2=$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$
   3-F_3=$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/xyz = 0\}$ **4**-F_4=$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/x - 2y = 0 \; et \; z - x = 0\}$

Exercice4 : Soient E, F deux ensembles définis par :
E=$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2/3x + 2y = 0\}$ et F= $\{\lambda(1, 2) \in \mathbb{R}^2/\lambda \in \mathbb{R}\}$

1. Montrer que E et F sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^2$.
2. Déterminer E $\cap$ F ; E $\cap$ F est -il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$?

Exercice 5 :

1. pour chacune des familles de $\mathbb{R}^2$ suivantes dire si elle est libre ou liée .
   1-a(1,0) , b(0,1) , c(2,3) **2-**a(3,2) , b(9,4) **3-**a(2,3) , b(1,3) , c(0,0) **4-**a(1,0) , b(2,1)
2. Montrer que les vecteurs suivants de $\mathbb{R}^3$ sont linéairement dépendants et déterminer leur relation de dépendance .
   1-a= (1,1,-1) , b= (1,2,0) , c=(3,4,-2) **2-**u(1,2,3) , v(0,1,-1) , w(1,5,0)
3. Pour quelles valeurs du paramètre réel m la famille $\{(3, 1, m); (1, 3, 2); (1, -1, 4)\}$ ($m \in \mathbb{R}$) est-elle une famille libre de $\mathbb{R}^3$?

Exercice 6 :

1. Expliquer pourquoi les trois vecteurs $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$ génèrent $\mathbb{R}^3$
2. Les vecteurs suivants forment -ils une partie génératrice de $\mathbb{R}^3$?
   1-$u_1(-1, 4, 5), u_2(0, 3, 1)$ **2-**$u_1(1, 2, 3), u_2(0, 1, 1), u_3(0, 2, 1)$
   3-$u_1(1, 0, 0), u_2(0, 1, 0), u_3(2, 5, 0)$ **4-**$u_1(1, 2, 0), u_2(0, 1, 0), u_3(3, 7, 11), u_4(0, 0, 1)$

Exercice 7 :
Dans $\mathbb{R}^3$ on considère la famille de vecteurs suivants :
$v_1(0, 1, 3), v_2(2, 0, -1), v_3(-2, 0, 1)$.
-$\{v_1, v_2, v_3\}$est elle libre ? est -elle génératrice de $\mathbb{R}^3$?Sinon quel sous espace vectoriel engendre -elle ?