

Exercice1 : Les vecteurs suivants forment ils une base de \mathbb{R}^3 ?

1. $v_1=(1,1,1)$; $v_2=(1,1,0)$; $v_3=(1,0,0)$
2. $u_1=(1,1,2)$; $u_2=(1,0,1)$; $u_3=(2,1,3)$
3. $u_1=(0,0,0)$; $u_2=(1,0,1)$; $u_3=(2,1,-6)$
4. Écrire les composantes du vecteur $(1,-2,-1)$ dans la base $B=\{v_1(1,0,3) ; v_2(2,1,0) ; v_3(0,-1,2)\}$

Exercice2 :

E étant un espace vectoriel sur un corps commutatif K .Déterminer la dimension de E en donnant une base .

1. 1-E = \mathbb{C} et $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ 2-E = \mathbb{C} et $\mathbb{K} = \mathbb{C}$
2. $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0\}$
3. $E = \{(x, y, y) / x, y \in \mathbb{R}\}$

Exercice3 :

Déterminer le rang dans \mathbb{R}^3 de la famille $A = \{u_1(1, 2, 3), u_2(3, 2, 1), u_3(3, 3, 3), u_4(7, 0, -7)\}$

Exercice4 : Soit E le sous ensemble de \mathbb{R}^3 défini par ; $E = \{(x, x, x) \in \mathbb{R}^3 / x \in \mathbb{R}\}$

1. Montrer que E est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^3
2. Déterminer une base de E ainsi dim E.
3. Soit F le sous espace vectoriel de \mathbb{R}^3 défini par :
 $F = \{(y + z, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y, z \in \mathbb{R}\}$
Déterminer une base de F ainsi dim F.
4. E et F sont-ils supplémentaires ? Justifier votre réponse.

Exercice5 :

Soient les deux sous espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 définis par :

$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y = 0\}$ et $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - 2z = 0\}$

F et G sont-ils en somme directe ? Justifier votre réponse.

Exercice6 :

1. Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = -2x\}$ Montrer que F est un SEV de \mathbb{R}^3 et déterminer dim F.
2. Soient $v_1=(-1,0,2)$; $v_2=(1,2,0)$; $v_3=(2,2,-2)$
Déterminer le sev G engendré par $\{v_1, v_2, v_3\}$ ainsi que la dimension de G.
3. Déterminer $F \cap G$ et $\dim(F \cap G)$. A t - on $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$?