Examen Final en IPSD   Durée :1h30

Calculatrice autorisée - L'emprunt *de la calculatrice est strictement interdit.*

Exercice n°1 :10 pts

Le tableau ci-dessous représente la vitesse (en km/h) de **200** véhicules enregistrés par un radar numérique lors d'un contrôle routier.

Vitesse (Km/h)	[75 , 85[	[85, 95[	[95, 125[	[125, 155[	=
Effectifs n_i	20	60	40	80	N $=\sum n_i$ = 200
Amplitudes e_i	10	10	30	30	
Hauteurs h_i	20	60	13,33	26,66	
Effectifs cumulés n_{iC}	20	80	120	200	
Centres des classes x_i	80	90	110	140	
y_i	-1	0	2	5	
$n_i \times y_i$	-20	0	80	400	$\sum n_i\ y_i$ =460
$n_i \times y_i^2$	20	0	160	2000	$\sum n_i\ y_i^2$ =2180

1) Identifier

la population : les véhicules enregistrés par le radar lors du contrôle routier. 0.5pt

Le caractère : la vitesse du véhicule 0.5 pt

la nature du caractère : quantitative continue 0.5 pt

2) Calcul du mode

Classe modale [85 , 95 [c'est la classe ayant la plus grande hauteur

$M_o = 85 + \frac{60-20}{(60-20)+(60-13{,}33)}$. 10 = 89,62 Km/h (1pt)

Calcul de la médiane

Classe médiane [95 , 125[

Me $= 95 + \frac{100-80}{40}$ $.30 \ = 110\ Km/h$ (1pt)

3) Calcul de la moyenne en utilisant le changement de variable $Y = \dfrac{X-90}{10}$

$\overline{Y} = \frac{1}{200}\sum n_i y_i = \frac{460}{200} = 2{,}30$ (0.5pt) et $\overline{x} = 10\,\overline{Y} + 90 = 113\ Km/h$ (1pt)

Calcul de l'écart-type σ_X

$V(Y) = \frac{1}{200}\sum n_i y_i^2 - \overline{Y}^2 = \frac{2180}{200} - 2{,}30^2 = 5{,}61$ (0.5pt) et V(X) = 10^2 V(Y) = 561 $(Km/h)^2$ (1pt)

$\sigma_X = \sqrt{V(X)} = 23{,}69\ Km/h$ (0.5pt)

4) Quelle est la proportion de véhicules dont la vitesse est comprise entre $\overline{x} - \sigma_X$ et $\overline{x} + \sigma_X$.

$\boldsymbol{P(113 - 23,69 < X < 113 + 23,69) = P(89,31 < X < 136,69) = rg(136,69) - rg(89,31)}$

0.5pt

Calcul du $\boldsymbol{rg(136,69)}$

$\boldsymbol{rg(136,69) = \alpha \Leftrightarrow c_\alpha = 136,69}$

$\boldsymbol{c_\alpha = 136,69 = 125 + \frac{200\,\alpha/100\ -120}{80}\ 30}$ **d'où** $\boldsymbol{\alpha = 75,59 \approx 76}$

$\boldsymbol{rg(136,69) = 76}$ **1pts**

De même le rg(89,31) $= \mathbf{23}$ **1 pts**

$\boldsymbol{P(89,31 < X < 136,69)}$ **= 76 – 23 = 53 %** **0.5 pt**

2ième méthode

$\boldsymbol{P(89,31 < X < 136,69)}$ **= (n + 40 + n')/N où**

n est le nombre de véhicule dont la vitesse est comprise entre 89, 31 et 95 Km/h

40 est le nombre de véhicule dont la vitesse est comprise entre 95 et 125 Km/h (eff de la 3ième classe)

n' est le nombre de véhicule dont la vitesse est comprise entre 125 et 136,69 Km/h **0.5 pt**

en supposant qu'à l'intérieure d'une classe la variable statistique est uniformément distribuée, alors

$\boldsymbol{n = 60 \times \frac{95-89,31}{95-85} \approx 34}$ **1 pt**

$\boldsymbol{n' = 80 \times \frac{136,69-125}{155-125} \approx 31}$ **1pt**

$\boldsymbol{P(89,31 < X < 136,69) = \frac{34+40+31}{200} = 52,5\%}$ **0.5 pt**

Examen Final en IPSD   Durée :1h30

Calculatrice autorisée - L'emprunt *de la calculatrice est strictement interdit.*

Exercice n°2 : 06pts

Dans une école supérieure, il y a deux activités sportives (Athlétisme et gymnastique) : le pourcentage d'étudiants qui choisissent l'athlétisme est **55%**, celui de ceux qui choisissent gymnastique est de **40%** et de ceux qui choisissent les deux activités est de **25%**.

On rencontre un étudiant au hasard. Soient les évènements suivants

A : « l'étudiant choisit l'athlétisme »

G : « l'étudiant choisit la gymnastique »

On a $P(A) = 0.55$, $P(G) = 0.40$ $P(A\cap G) = 0.25$

1) $P(A\cup G) = P(A) + P(G) - P(A\cap G) = 0.55 + 0.4 - 0.25 = 0.7$ (1.5pys)

2) $P(\bar{A}\cap\bar{G}) = P(\overline{A\cup G}) = 1 - P(A\cup G) = 0.3$ (1.5pys)

3) $P((A\cap\bar{G})\cup(\bar{A}\cap G)) = P(A\cap\bar{G}) + P(\bar{A}\cap G)$ c ar $(A\cap\bar{G})et\ (\bar{A}\cap G)$ sont incompatibles

$= \big(P(A) - P(A\cap G)\big) + \big(P(G) - P(A\cap G)\big)$

$= (0.55 - 0.25) + (0.4 - 0.25) = 0.45$ (1.5pys)

4) 4($P(G/A) = \frac{P(A\cap G)}{P(A)} = \frac{0.25}{0.55} = 0{,}45$ (1.5pys)

Exercice n°3 : 4pts

Un grand magasin est équipé d'un système d'alarme contre l'incendie. L'installateur du système assure qu'en cas de début d'incendie la probabilité que l'alarme se déclenche est 0,99 . Mais il faut noter que même sans aucun danger, l'alarme peut tout de même se déclencher, donnant lieu à une fausse alerte avec une probabilité évaluée à 0,05. La compagnie d'assurance du grand magasin estime qu'il y a 1% de risque qu'un incendie se déclare.

1) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche. **02pts**

2) Si l'alarme se déclenche, quelle est la probabilité que ce soit une fausse alerte ? **02pts**

Soient les évènements suivants

A : « l'alarme se déclenche »

I : « il y a un incendie (ou un début d'incendie) »

On a $P(I)=0.02$; $P(A/I)= 0.99$ et $P(A/\bar{I}) = 0.05$

1) On cherche P(A)

$$P(A) = P(A/I)\times P(I) + P\big(A/\bar{I}\big)\times P\big(\bar{I}\big) = 0.99\times 0.02 + 0.05\times(1-0.02) = 0.069$$

2) On cherche $P(\bar{I}/A)$

$P(\bar{I}/A) = \frac{P(A/\bar{I})\times P(\bar{I})}{P(A)} = \frac{0.05\times 0.98}{0.069} = 0.71$