Solution abrégée de la fiche de TD N°2

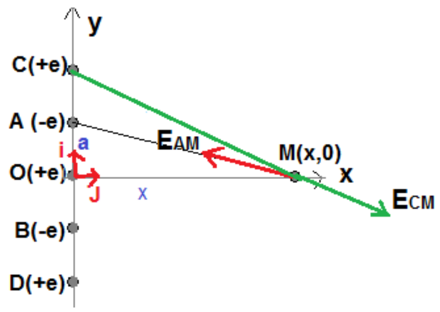
L'exercice N°1 a déjà été corrigé en TD. On va commencer par l'exercice2.

Exercice2 :

1- Le champ électrique crée par la charge q_A au point M sera noté $\vec{E}_A(M)$. Il est porté par le vecteur $\overrightarrow{AM}$. Son expression est donnée par (voir le cours de physique) :

$$\vec{E}_A(M) = K\frac{q_A}{r_{AM}^{\ 2}}\vec{u}_{AM}$$

On note r_{AM}, la distance entre A et M (vous pouvez utiliser n'importe qu'elle autre notation, comme par exemple AM tout simplement). $\vec{u}_{AM}$ est le vecteur unitaire porté par $\overrightarrow{AM}$. Il est donné par : $\vec{u}_{AM} = \dfrac{\overrightarrow{AM}}{r_{AM}}$



$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM} = -a\vec{j} + x\vec{i} \qquad \text{et } r_{AM} = \sqrt{a^2 + x^2}$$

D'où : $\vec{E}_A(M) = \dfrac{-Ke}{(a^2+x^2)^{3/2}}(x\vec{i} - a\vec{j})$

Procédez de la même manière pour trouver $\vec{E}_B(M)$, le champ crée par q_B au point M.

Le champ crée par les charges q_A et q_B au point M s'obtient en appliquant le principe de superposition. On obtient alors :

$$\vec{E}_{AB}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M)$$

$$= \frac{-2Ke}{(a^2+x^2)^{3/2}}x\vec{i}$$

Remarquez que par raison de symétrie, ce champ est porté par l'axe des x.

2- On déduit le potentiel :

Sachant que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire, on écrit :

$$\vec{E}_{AB}(M) = -\vec{\nabla}V(M) = -\frac{\partial V(M)}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V(M)}{\partial y}\vec{j}$$

On déduit d'après le résultat de la question précédente,

$\frac{\partial V(M)}{\partial y} = 0$ (le potentiel ne dépend pas de y)

Et $\frac{\partial V(M)}{\partial x} = \frac{2Kex}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$; $V(M) = 2Ke\int \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}}dx$

Cette expression s'intègre facilement avec le changement de variable suivant :

$t = a^2 + x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

$$V(M) = Ke\int \frac{dt}{t^{3/2}}$$

Ce qui donne : $V(M) = \frac{-2Ke}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$

Calcul direct : $V(M) = V_A(M) + V_B(M)$

Le potentiel crée par la charge q_A au point M est donné par :

$V_A(M) = K\frac{q_A}{r_{AM}}$, de même pour $V_B(M)$

Retrouvez la valeur de $V(M)$

3- Procédez de la même manière que pour la question1.

4- Le champ total s'obtient en ajoutant les cinq contributions. On obtient :

$$\vec{E}_{tot}(M) = 2Kex\left(-\frac{1}{(a^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(4a^2 + x^2)^{3/2}}\right)\vec{i} + \frac{Ke\vec{i}}{x^2}$$

Lorsque x est très grand devant a, on peut négliger a^2 devant x^2 dans l'expression ci-dessus, ce qui donne :

$$\vec{E}_{tot}(M) = \frac{Ke}{x^2}\vec{i}$$

Lorsque le point d'observation est loin par rapport aux dimensions d'une distribution de charges, celle-ci se comporte comme une charge ponctuelle dont la valeur est la somme de toutes les charges.