

Exercice 01: (Rappel sur les matrices). On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- (1) Quels sont les produits matriciels possibles? Quelles sont les matrices carrées et les matrices symétriques?
- (2) Calculer $\frac{1}{3}C$, $C + 2C$, $C.D$ et D^2 .
- (3) Calculer le déterminant de D et E .

Exercice 02: Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par la méthode de Gramer:

$$(S_1) : \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + z = 2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - 3z = 1 \\ 3x + 6y - 5z = 0 \end{cases}$$

Exercice 03: Soient les systèmes suivants d'équations linéaires suivants:

$$(S_3) : \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 2x - 3y - 2z = -10 \end{cases}$$

$$(S_4) : \begin{cases} y - z = 2 \\ 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 3y + 4z = 3 \end{cases}$$

- (1) Mettre les systèmes (S_3) et (S_4) sous la forme matricielle $AX = b$.
- (2) Résoudre les systèmes (S_3) et (S_4) par la méthode de Gauss. Puis en déduire le déterminant de chaque matrice associée aux systèmes.
- (3) Résoudre les systèmes (S_3) et (S_4) par la méthode de Gauss-Jordon.

Exercice 04: Soit le système d'équation linéaire suivant:

$$(S_5) : \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 4z = 8 \end{cases}$$

- (1) Montrer que le système (S_5) admet une solution unique.
- (2) Calculer les matrices d'itérations de Jacobie et Gauss-Seidel.
- (3) En prenant comme approximation initiale $X^{(0)} = (0, 1, 0)^t$. Trouver la valeur approchée de $X^{(3)}$ en utilisant la méthode de Jacobie et la méthode de Gauss-Seidel.