Exercice :1
Les applications suivantes de E dans F sont elles linéaires ?
1. $E=\mathbb{R}^3, F=\mathbb{R}^3,\ \forall(x,y,z)\in E,\ \ f_1(x,y,z)=(x+2y-5z, x-5y+z, y-z)$.
2. $E=\mathbb{R}^3,\ \ F=\mathbb{R}^3,\ \forall(x,y,z)\in E,\ \ f_2(x,y,z)=(x+2y+1, 2y, z)$
3. $E=\mathbb{R}^3,\ \ F=\mathbb{R}^3,\ \forall(x,y,z)\in E,\ \ f_3(x,y,z)=(x+2y+z, 2yz, x+z)$
4. $E=\mathbb{R}^2,\ \ F=\mathbb{R},\ \forall(x,y)\in E,\ \ f_4(x,y)=(2x-y+3)$

Exercice2 :
Soit f l'application linéaire définie par :
$$\begin{array}{cccc} f & : & \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ & & (x,y,z) & \mapsto & (x+y+z, x-y+z, x+3y+z) \end{array}$$

1. Montrer que f est linéaire .
2. Déterminer le noyau de f , donner une base de Kerf , f est-elle injective ?
3. Déterminer Imf ainsi que $rg(f).f$ est-elle surjective ?
4. Mêmes questions pour l'application suivante :
$$\begin{array}{ccccc} f & : & \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^3 \\ & & (x,y) & \mapsto & (x,y,x+y) \end{array}$$

Exercice3 : On considère l'application linéaire f : $\mathbb{R}^3 \rightarrowtail \mathbb{R}^3$ définie par :
$f(e_1)=e_1+e_2+e_3$; $f(e_2)=2e_1-e_2+2e_3$;$f(e_3)=4e_1+e_2+4e_3$ avec $\{e_1,e_2,e_3\}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$.

1. Déterminer f(x,y,z).
2. Déterminer Kerf et Imf
3. Kerf et Imf sont ils supplémentaires ? Justifier votre réponse .

Exercice4 :
Soit f l'application linéaire définie par : $\begin{array}{ccccc} f & : & \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ & & (x,y,z) & \mapsto & (2y-z, -x+3y-z, -2x+4y-z) \end{array}$

1. Déterminer le noyau de f , donner une base de Kerf ;Déterminer le rang de f
2. Montrer que la famille B=$\{f(e_1), f(e_2), f(e_3)\}$ n'est pas libre .
3. Déterminer une sous famille de B qui soit libre ,écrire les autres vecteurs en fonction de ceux ci .
4. Donner une base de Imf.

Exercice5 :
1-Existe-t-il des applications linéaires injectives de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$?
2-1-Existe-t-il des applications linéaires surjectives de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^2$?